

**Klausur zur
„Einführung in die Versicherungsmathematik“
Wintersemester 2007/2008**

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf den Lösungsbogen.

1. Eine 32-jährige Frau schließt eine um 38 Jahre aufgeschobene n -jährige Leibrente von 12.000 € pro Jahr ab. Sie vereinbart eine 20-jährige Prämie von jährlich 2.015,39 €. $i = 3,25\%$. DAV-Sterbetafel 1994 T. Wie groß ist die zugrunde liegende Laufzeit n der Leibrente?

(7 Punkte)

2. Eine x -jährige Person schließt eine n -jährige Leibrente mit Leistung λ im 1. Jahr, $Q \cdot \lambda$ im 2. Jahr, $Q^2 \cdot \lambda$ im 3. Jahr und so weiter bis $Q^{n-1} \cdot \lambda$ im letzten Jahr ab. $Q > 1$. Die Überlebenswahrscheinlichkeiten sind alle gleich (d. h. $p_{x+k} = p$ für alle $k = 0, \dots, n-1$). Welche Einmalprämie π ist zu entrichten?

(7 Punkte)

3. Beweisen Sie die intertemporale Äquivalenz

$$v({}_{l+1}K_x p_{x+l} + \delta_{l+1} q_{x+l}) = {}_lK_x + \pi_l - \lambda_l$$

für alle $x, l \in \mathbf{N}_0$ (nur Formeln (1) bis (75) erlaubt)

(7 Punkte)

4. Im kollektiven Modell $\langle N, \{X_i\}_{i \in \mathbf{N}} \rangle$ sei N binomialverteilt mit den Parametern $n = 2$ und \mathcal{G} . Jedes X_i sei Bernoulli-verteilt mit $P[\{X_i = 1\}] = \eta$. $\mathcal{G}, \eta \in (0; 1)$. Man beweise für den Gesamtschaden S die Gleichung

$$P[\{S < 2\}] = 1 - \eta^2 \cdot \mathcal{G}^2$$

(7 Punkte)

5. Ist es wahr? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

Zur DAV-Sterbetafel 1994 T:

- a. Die Spalte „ d_x “ ist auch für einen Zinssatz ungleich 3,25% gültig.
- b. Bei einem Zinssatz ungleich 3,25% ändert sich die Spalte „ D_x “ nur um einen konstanten Faktor.
- c. Zur Ermittlung der Spalte „ q_x “ wurde vorausgesetzt, dass die Lebensdauer einer Person normalverteilt ist.

Zur Ungleichung von Cantelli:

- d. Die Ungleichung gilt nur für näherungsweise normalverteilte Zufallsvariablen.
- e. Setzt man $\frac{\infty}{a + \infty} = 1$ für alle $a > 0$, so gilt die Ungleichung auch für Zufallsvariablen mit unendlicher Varianz.
- f. Die Ungleichung gilt auch für eine Zufallsvariable X mit $\text{var}[X] = 0$
- g. Aus der Ungleichung folgt $P[\{E[X] \leq X - \sqrt{c}\}] \leq \frac{\text{var}[X]}{c + \text{var}[X]}$
für alle $c \in (0, \infty)$

(7 Punkte)

Die Summe aller Punkte beträgt 35. Mit 21 Punkten haben Sie bestanden.