

**Klausur zur  
„Einführung in die Versicherungsmathematik“  
Sommersemester 2007**

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf den Lösungsbogen.

1. Ein 53-jähriger Mann und eine 48-jährige Frau schließen zum selben Zeitpunkt eine Erlebensfallversicherung ab, die ihnen jeweils zum 67. Geburtstag 370.000 € auszahlt. Beide zahlen eine dreijährige Prämie.  $i = 3,25\%$ . DAV-Sterbetafel 1994 T. Um welchen Betrag unterscheiden sich diese Prämien?  
(7 Punkte)
  
2. Jemand schließt am 1.1. des 1. Jahres eine um  $m$  Jahre aufgeschobene lebenslängliche Leibrente ab. Die Leistung beträgt  $\lambda$  € pro Jahr. Der technische Zinssatz ist  $i$ . Für welche Sterbezeitpunkte hat die Rente einen Barwert von (rund)  $B$  €? (Hypothetische Berechnung!)  
(7 Punkte)
  
3. Beweisen Sie  $P_x[\{k < T_x \leq k+1\}] = q_{x+k} \cdot {}_k p_x$  für alle  $x, k \in \mathbf{N}_0$   
(nur Formeln (1) bis (20) erlaubt)  
(7 Punkte)
  
4. Man beweise  $M_x = (v - 1) N_x + D_x$  für alle  $x \in \mathbf{N}_0$   
(nur Formeln (1) bis (44) erlaubt)  
(7 Punkte)

5. Ist es wahr? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

Zur Ausscheidordnung:

- a. Die Voraussetzung „ $P[\{k < T\}] > 0$  für alle  $k \in \mathbf{N}_0$ “ zieht nach sich, dass die realisierte Lebensdauer  $t$  jede beliebige Schranke überschreitet.
- b. Für alle Ereignisse  $A \subseteq \Omega$  und alle  $x \in \mathbf{N}_0$  gilt  $P_x[A] = P[A]$
- c. Es gilt  $\ln({}_k p_x) = \sum_{j=0}^{k-1} \ln(p_{x+j})$  für alle  $x, k \in \mathbf{N}_0$

Zum kollektiven Modell:

- d. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Gesamtschadens  $S$  stimmt mit derjenigen der Einzelschäden  $X$  überein.
- e. Die Schadenanzahl  $N$  kann normalverteilt sein.
- f. Ist die Schadenanzahl  $N$  eine Konstante  $n$ , so bilden die Einzelschäden  $X_1, \dots, X_n$  ein Binomial-Modell, sofern diese unabhängig und identisch Bernoulli-verteilt sind.
- g. Die Gleichung  $E[S] = E[N] \cdot E[X]$  folgt direkt aus der Linearität des Erwartungswerts.

(7 Punkte)

---

Die Summe aller Punkte beträgt 35. Mit 18 Punkten haben Sie bestanden.