Aufgabe 1

Gemischte Versicherung

$$\delta \cdot B_x(\Delta_1) + \lambda \cdot B_x(\Lambda_1) = \pi \cdot B_x(\Pi_1)$$

mit $x = 42$, $\lambda = 500$, $\pi = 1.000$

10-jährige Todesfallversicherung

$$B_x(\Delta_1) = \frac{M_{42} - M_{42+10}}{D_{42}} = \frac{8080 - 7535}{25196} = 0{,}0216304$$

Um 38 Jahre aufgeschobene lebenslängliche Leibrente

$$B_x(\Lambda_1) = \frac{N_{42+38}}{D_{42}} = \frac{26905}{25196} = 1{,}06783$$

15-jährige Prämie

$$B_x(\Pi_1) = \frac{N_{42} - N_{42+15}}{D_{42}} = \frac{543687 - 243719}{25196} = 11{,}9054$$

also Leistung im Todesfall

$$\delta = \frac{\pi \cdot B_x(\Pi_1) - \lambda \cdot B_x(\Lambda_1)}{B_x(\Delta_1)} = \frac{1.000 \cdot 11{,}9054 - 500 \cdot 1{,}06783}{0{,}0216304}$$

$$= 525.718 \text{ €}$$

Aufgabe 2

Man hat

$$\delta_1 = \ldots = \delta_5 = \delta$$
$$\lambda_0 = \ldots = \lambda_4 = 0$$
$$\pi_0 = \pi_1 = \pi \text{ und } \pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = 0$$

Rekursionsgleichung

$$_{l+1}K_x = \frac{_lK_x + \pi_l - \lambda_l - \upsilon\delta_{l+1}q_{x+l}}{\upsilon p_{x+l}} \quad \text{mit } _0K_x = 0$$

also prospektives Deckungskapital zum 31.12. des …

1. Jahres ($l = 0$):

$$_1K_x = \frac{_0K_x + \pi_0 - \lambda_0 - \upsilon\delta_1 q_x}{\upsilon p_x} = \frac{0 + \pi - 0 - \upsilon\delta q_x}{\upsilon p_x}$$
$$= \frac{\pi - \upsilon\delta q_x}{\upsilon p_x}$$

2. Jahres ($l = 1$):

$$_2K_x = \frac{_1K_x + \pi_1 - \lambda_1 - \upsilon\delta_2 q_{x+1}}{\upsilon p_{x+1}} = \frac{_1K_x + \pi - 0 - \upsilon\delta q_{x+1}}{\upsilon p_{x+1}}$$
$$= \frac{_1K_x + \pi - \upsilon\delta q_{x+1}}{\upsilon p_{x+1}}$$

3. Jahres ($l = 2$):

$$_3K_x = \frac{_2K_x + \pi_2 - \lambda_2 - \upsilon\delta_3 q_{x+2}}{\upsilon p_{x+2}} = \frac{_2K_x + 0 - 0 - \upsilon\delta q_{x+2}}{\upsilon p_{x+2}}$$
$$= \frac{_2K_x - \upsilon\delta q_{x+2}}{\upsilon p_{x+2}}$$

Aufgabe 3

Um m Jahre aufgeschobene n-jährige Leibrente, d. h.

$\lambda_0, \ldots, \lambda_{m-1} = 0$
$\lambda_m, \ldots, \lambda_{m+n-1} = \lambda$
$\lambda_k = 0$ für alle $k = m+n, m+n+1, \ldots$

Mit $\lambda > 0$ gilt wegen $B_x(\Lambda) = \lambda \cdot B_x(\Lambda_1)$

$$B_x(\Lambda_1) = \frac{1}{\lambda} \cdot B_x(\Lambda)$$

(23)

$$= \frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \upsilon^k \lambda_k \; {}_k p_x$$

$$= \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\sum_{k=0}^{m-1} \upsilon^k \lambda_k \; {}_k p_x + \sum_{k=m}^{m+n-1} \upsilon^k \lambda_k \; {}_k p_x + \sum_{k=m+n}^{\infty} \upsilon^k \lambda_k \; {}_k p_x\right)$$

$$= \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\sum_{k=0}^{m-1} \upsilon^k 0 \; {}_k p_x + \sum_{k=m}^{m+n-1} \upsilon^k \lambda \; {}_k p_x + \sum_{k=m+n}^{\infty} \upsilon^k 0 \; {}_k p_x\right)$$

$$= \frac{1}{\lambda} \cdot \left(0 + \lambda \sum_{k=m}^{m+n-1} \upsilon^k \; {}_k p_x + 0\right)$$

$$= \sum_{k=m}^{m+n-1} \upsilon^k \; {}_k p_x$$

Aufgabe 4

Fallunterscheidung für jedes $j = 1, \ldots, n$

Falls $X_j \leq d$, dann

$$\min\{X_j, d\} + (X_j - d)^+ = X_j + 0 = X_j$$

Falls $X_j > d$, dann

$$\min\{X_j, d\} + (X_j - d)^+ = d + X_j - d = X_j$$

Also

$$S' + S'' =$$

$$\overset{(98)}{=} \sum_{j=1}^{N} \min\{X_j, d\} + \sum_{j=1}^{N} (X_j - d)^+$$

$$= \sum_{j=1}^{N} (\min\{X_j, d\} + (X_j - d)^+)$$

$$= \sum_{j=1}^{N} X_j$$

$$\overset{(92)}{=} S$$

Aufgabe 5

a. Nein, denn eine Erlebensfallversicherung besteht aus einer eventuellen Einmalzahlung, während sich eine lebenslängliche Leibrente aus möglichen jährlichen Zahlungen zusammensetzt.
b. Ja, denn aus Formel (38) folgt $l_{x+1} + d_x = l_x$
c. Ja, denn M_x und N_x hängen von den D_x und C_x ab, welche wiederum von υ abhängen. Dieses υ entsteht aber direkt aus dem technischen Zinssatz.
d. Nein, denn es ist nur $var[X] < \infty$ vorausgesetzt.
e. Nein, denn sie reduziert diesen Gesamtschaden nur um einen festen Prozentsatz.
f. Nein, denn auch hier ist die Varianz des Gesamtschadens i. Allg. positiv.
g. Ja, denn die Formeln sind für alle ε zwischen 0 und 1 definiert, die Ruinwahrscheinlichkeit kann also technisch zwischen 0 % und 100 % liegen.