Aufgabe 1

x_1	x_2	x_3	x_4				
1	1	1	0	8			
0	[−1]	0	1	−4	:(−1)		
−1	0	0	0	0			
1	1	1	0	8	+		
0	[1]	0	−1	4	·(−1)		
−1	0	0	0	0			
[1]	0	1	1	4	4:1	= 4	·1
0	1	0	−1	4			
−1	0	0	0	0			+
1	0	1	1	4			
0	1	0	−1	4			
0	0	1	1	4			

Also $x_1 = 4$; $x_2 = 4$ und $z = 4$

Aufgabe 2

$f'(x) = a^{-3x} \cdot \ln a \cdot (-3) = -3 \cdot a^{-3x} \cdot \ln a$

$\varepsilon_f(x) = x \cdot \dfrac{-3 \cdot a^{-3x} \cdot \ln a}{a^{-3x}} = -3\,x \cdot \ln a$

$\varepsilon_f(2) = -3 \cdot 2 \cdot \ln a = -6 \cdot \ln a$

Fall 1: $\varepsilon_f(2) > 1$

$-6 \cdot \ln a > 1$

$-\ln a > \dfrac{1}{6}$

$\ln a < -\dfrac{1}{6}$

$a < e^{-\frac{1}{6}} = \dfrac{1}{\sqrt[6]{e}} < 1$

nicht erfüllbar, da $a > 1$

Fall 2: $\varepsilon_f(2) < -1$

$-6 \cdot \ln a < -1$

$-\ln a < -\dfrac{1}{6}$

$\ln a > \dfrac{1}{6}$

$a > e^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{e} = 1{,}18136$

Ergebnis: $a \in \,]\, \sqrt[6]{e}, \infty[$

Aufgabe 3

x_1	x_2	x_3			
a	-1	0	0	$+$	
0	$[1]$	-2	0	$\cdot 1$	$\cdot(-a)$
$2a$	a	2	0		$+$
a	0	$[-2]$	0	$:(-2)$	
0	$[1]$	-2	0		
$2a$	0	$2a+2$	0		
$-a/2$	0	$[1]$	0	$\cdot 2$	$\cdot(-2a-2)$
0	1	-2	0	$+$	
$2a$	0	$2a+2$	0		$+$
$-a/2$	0	1	0		
$-a$	1	0	0		
$[a(a+3)]$	0	0	0	$:(a(a+3))$	

Voraussetzung: $a \cdot (a + 3) \neq 0$

$-a/2$	0	1	0	$+$	
$-a$	1	0	0		$+$
$[1]$	0	0	0	$\cdot a/2$	$\cdot a$
0	0	1	0		
0	1	0	0		
$[1]$	0	0	0		

genau eine Lösung

Sonderfall: $a \cdot (a + 3) = 0$, d. h. $a = 0$ oder $a = -3$

$-a/2$	0	1	0	
$-a$	1	0	0	
0	0	0	0	XXX
$-a/2$	0	1	0	
$-a$	1	0	0	

Variable x_1 frei wählbar, d. h. unendlich viele Lösungen

Damit: unendlich viele Lösungen für $a \in \{0, -3\}$

Aufgabe 4

$\int 9x^2 \cdot \ln x \, dx = ?$

Partielle Integration mit $f\,'(x) = 9x^2$ und $g(x) = \ln x$

Damit $f(x) = 9 \cdot \frac{x^3}{3} = 3x^3$

Also

$? = 3x^3 \ln x - \int 3x^3 \frac{1}{x} \, dx$

$? = 3x^3 \ln x - \int 3x^2 \, dx = 3x^3 \ln x - 3 \cdot \int x^2 \, dx$

$? = 3x^3 \ln x - 3 \cdot \frac{x^3}{3} + C$

$? = 3x^3 \ln x - x^3 + C = x^3 \cdot (3 \cdot \ln x - 1) + C$

Aufgabe 5

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -3x$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \int -3x\,dx = -3 \cdot \frac{x^2}{2} + c \quad \text{mit einem } c \in \mathbf{R}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-3}{2} \cdot x^2 + c$$

$$z = \int -3 \cdot \frac{x^2}{2} + c\,dy = \frac{-3}{2} \cdot x^2 \cdot y + c \cdot y + d$$

$$z = \frac{-3}{2} \cdot x^2 \cdot y + c \cdot y + d \quad \text{mit einem } d \in \mathbf{R}$$

$$f(0;0) = \frac{-3}{2} \cdot 0^2 \cdot 0 + c \cdot 0 + d = 0 + 0 + d = d = 0$$

$$f(1;1) = \frac{-3}{2} \cdot 1^2 \cdot 1 + c \cdot 1 + 0 = \frac{-3}{2} + c = 2; \;\; \text{c} = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2}$$

Ergebnis: $z = \frac{-3}{2} \cdot x^2 \cdot y + \frac{7}{2} \cdot y$