Aufgabe 1

x_1	x_2	x_3	x_4			
[−1]	−2	1	0	−12	:(−1)	
1	1	0	1	9		
0	1	0	0	0		
[1]	2	−1	0	12	·(−1)	
1	1	0	1	9	+	
0	1	0	0	0		
1	2	−1	0	12		
0	[−1]	1	1	−3	:(−1)	
0	1	0	0	0		
1	2	−1	0	12	+	
0	[1]	−1	−1	3	·(−2)	·(−1)
0	1	0	0	0		+
1	0	1	2	6		
0	1	−1	−1	3		
0	0	1	1	−3		

Also $x_1 = 6$; $x_2 = 3$ und $z = -(-3) = 3$

Aufgabe 2

$f'(x) = 1 \cdot e^{-x^2} + x \cdot e^{-x^2} \cdot (-2x) = (1 - 2x^2) \cdot e^{-x^2}$

$\varepsilon_f(x) = x \cdot \dfrac{(1-2x^2) \cdot e^{-x^2}}{x \cdot e^{-x^2}} = 1 - 2x^2$

Fall 1: $\varepsilon_f(x) > 1$
$1 - 2x^2 > 1$
$-2x^2 > 0$
$-x^2 > 0$
$x^2 < 0$
nicht erfüllbar

Fall 2: $\varepsilon_f(x) < -1$
$1 - 2x^2 < -1$
$-2x^2 < -2$
$-x^2 < -1$
$x^2 > 1$
$x > 1$ oder $x < -1$

Ergebnis: $x \in \,]-\infty, -1[\, \cup \,]1, \infty[$

Aufgabe 3

x_1	x_2	x_3			
1	a	0	-1	$+$	
-2	1	a	2		$+$
[1]	0	1	1	$\cdot(-1)$	$\cdot 2$
0	a	$[-1]$	-2	$:(-1)$	
0	1	$a+2$	4		
[1]	0	1	1		
0	$-a$	[1]	2	$\cdot(-1)\cdot(a+2)$	$\cdot(-1)$
0	1	$a+2$	4	$+$	
1	0	1	1		$+$
0	$-a$	1	2		
0	$[a^2+2a+1]$	0	$-2a$	$:(a^2+2a+1)$	
1	a	0	-1		

Voraussetzung: $a^2+2a+1 \neq 0$

0	$-a$	1	2	$+$	
0	[1]	0	$-2a/(a^2+2a+1)$	$\cdot a$	$\cdot(-a)$
1	a	0	-1		$+$
0	0	1	$(4a+2)/(a^2+2a+1)$		
0	[1]	0	$-2a/(a^2+2a+1)$		
1	0	0	$(a^2-2a-1)/(a^2+2a+1)$		

genau eine Lösung

Sonderfall: $a^2+2a+1 = 0$,   d. h. $a = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot 1\cdot 1}}{2\cdot 1} = \dfrac{-2}{2} = -1$

0	1	1	2
0	0	0	2
1	-1	0	-1

2. Zeile bedeutet unerfüllbare Gleichung, d. h. nicht lösbar

Damit: Lösung für $a \neq -1$

Aufgabe 4

$$\int 8x \cdot \ln x \, dx = ?$$

Partielle Integration mit $f'(x) = 8x$ und $g(x) = \ln x$

Damit $f(x) = 8 \cdot \frac{x^2}{2} = 4x^2$

Also

$$? = 4x^2 \ln x - \int 4x^2 \frac{1}{x} dx$$

$$? = 4x^2 \ln x - \int 4x \, dx = 4x^2 \ln x - 4 \cdot \int x \, dx$$

$$? = 4x^2 \ln x - 4 \cdot \frac{x^2}{2} + C$$

$$? = 4x^2 \ln x - 2x^2 + C = 2x^2 \cdot (2 \ln x - 1) + C$$

Aufgabe 5

$x = y \cdot \ln y$

Ableiten beider Seiten der Gleichung

$$\frac{d}{dx} x = \frac{d}{dx}\left(y \cdot \ln y\right)$$

Produktregel (für rechte Seite)

$$\frac{d}{dx} x = y \cdot \left(\frac{d}{dx} \ln y\right) + \left(\frac{d}{dx} y\right) \cdot \ln y$$

Kettenregel (für $\frac{d}{dx} \ln y$)

$$1 = y \cdot \left(\frac{1}{y} y'\right) + y' \cdot \ln y$$

$$1 = y \cdot \frac{1}{y} y' + y' \cdot \ln y$$

$$1 = y' + y' \cdot \ln y = y' \cdot (1 + \ln y)$$

$$y' = \frac{1}{1 + \ln y}$$

Da für $y = 2$ gilt $x = 2 \cdot \ln 2$, erhält man

$$f'(2 \cdot \ln 2) = \frac{1}{1 + \ln 2} = 0{,}590616$$