Aufgabe 1

x_1	x_2	x_3	x_4			
[−2]	−3	1	0	−5	:(−2)	
1	2	0	1	7		
7	−3	0	0	0		
[1]	3/2	−1/2	0	5/2	(−1)	(−7)
1	2	0	1	7	+	
7	−3	0	0	0		+
1	[3/2]	−1/2	0	5/2	5/3]	:(3/2)
0	1/2	1/2	1	9/2	9	
0	−27/2	7/2	0	−35/2		
2/3	[1]	−1/3	0	5/3	−(1/2)	27/2
0	1/2	1/2	1	9/2	+	
0	−27/2	7/2	0	−35/2		+
2/3	1	−1/3	0	5/3		
−1/3	0	[2/3]	1	11/3	11/2	:(2/3)
9	0	−1	0	5	+	
2/3	1	−1/3	0	5/3	+	
−1/2	0	[1]	3/2	11/2	1/3	+
9	0	−1	0	5		+
−1/2	1	0	1/2	7/2		
−1/2	0	1	3/2	11/2		
17/2	0	0	3/2	21/2		

Also $x_1 = 0$; $x_2 = 7/2$ und $z = 21/2$

Aufgabe 2

Quotientenregel

$$y' = \frac{x \cdot \frac{1}{x} - 1 \cdot \ln x}{x^2}$$

$$y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

Quotientenregel

$$y'' = \frac{x^2 \cdot (-\frac{1}{x}) - 2x \cdot (1 - \ln x)}{x^4}$$

$$y'' = \frac{-x - 2x \cdot (1 - \ln x)}{x^4} = \frac{-1 - 2 \cdot (1 - \ln x)}{x^3}$$

Notwendige Bedingung $y' = 0$

$1 - \ln x = 0$

$\ln x = 1$

$x = \mathrm{e}$

Hinreichende Bedingung für $x = e$

$$y'' = \frac{-1 - 2 \cdot (1 - 1)}{e^3} = \frac{-1}{e^3} < 0$$

Also Maximum

$$y = \frac{\ln e}{e} = \frac{1}{e} \approx 0{,}367879$$

Aufgabe 3

(a) Laplacesche Entwicklung nach der zweiten Zeile

$$D = 1 \cdot \begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ x & x & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

Laplacesche Entwicklung nach der ersten Zeile

$$\begin{aligned} D &= x \cdot \begin{vmatrix} x & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} x & x \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = x \cdot (x - 3) + 1 \cdot (3x - 2x) \\ &= x^2 - 3x + x = x^2 - 2x \end{aligned}$$

Aus $D = 0$ folgt

$x^2 - 2x = 0$

$x \cdot (x - 2) = 0$

$x = 0$ oder $x = 2$

Also $x \in \{0; 2\}$

Aufgabe 4

Substitutionsmethode mit $g = 2 + \cos x$

$$\frac{dg}{dx} = -\sin x$$

$$\int \frac{\sin x}{2+\cos x}\,dx = -\int \frac{-\sin x}{g}\,dx = -\int \frac{1}{g}\,dg = -\ln \mathrm{g} + C$$

$$= -\ln(2 + \cos x) + C$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{2+\cos x}\,dx = -\ln(2 + \cos \frac{\pi}{2}) - (-\ln(2 + \cos 0))$$

$$= -\ln(2 + 0) + \ln(2 + 1)$$

$$= -\ln 2 + \ln 3$$

$$= \ln 3 - \ln 2$$

$$= \ln \frac{3}{2} \approx 0{,}405465$$

Aufgabe 5

Matrizenmultiplikation

$$A^2 = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 & ab + bd \\ 0 & d^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Drei Gleichungen mit drei Variablen

(i) $a^2 = 2$

(ii) $ab + bd = 1$

(iii) $d^2 = 3$

Aus (i): $a = \pm\sqrt{2}$; wähle $a = \sqrt{2}$

Aus (iii): $d = \pm\sqrt{3}$; wähle $d = \sqrt{3}$

Aus (ii): $\sqrt{2} \cdot b + b \cdot \sqrt{3} = 1$

$$b \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 1$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

Also

$$A = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \dfrac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \\ 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$$