Aufgabe 1

x_1	x_2	x_3	x_4			
9	5	1	0	23		
−3	[−2]	0	1	−8	:(−2)	
2	−1	0	0	0		
9	5	1	0	23	+	
3/2	[1]	0	−1/2	4	(−5)	+
2	−1	0	0	0		+
3/2	0	1	[5/2]	3	:(5/2)	
3/2	1	0	−1/2	4		
7/2	0	0	−1/2	4		
3/5	0	2/5	[1]	6/5	1/2	
3/2	1	0	−1/2	4	+	
7/2	0	0	−1/2	4	+	
3/5	0	2/5	1	6/5		
9/5	1	1/5	0	23/5		
19/5	0	1/5	0	23/5		

Also $x_1 = 0$; $x_2 = 23/5$ und $z = 23/5$

Aufgabe 2

Quotientenregel

$$y' = \frac{e^x \cdot 1 - x \cdot e^x}{(e^x)^2}$$

$$y' = \frac{e^x \cdot (1-x)}{(e^x)^2} = \frac{1-x}{e^x}$$

Quotientenregel

$$y'' = \frac{e^x \cdot (-1) - (1-x) \cdot e^x}{(e^x)^2}$$

$$y'' = \frac{e^x \cdot (-1-1+x)}{(e^x)^2} = \frac{x-2}{e^x}$$

Notwendige Bedingung $y' = 0$

$1 - x = 0$

$x = 1$

Hinreichende Bedingung für $x = 1$

$$y'' = \frac{1-2}{e^1} = \frac{-1}{e^1} < 0$$

Also Maximum

$$y = \frac{1}{e^1} = \frac{1}{e} \approx 0{,}367879$$

Aufgabe 3

(a) Laplacesche Entwicklung nach der dritten Zeile

$$D = 1 \cdot \begin{vmatrix} x & 2 & 1 \\ 3 & x & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 2 & 1 \\ 3 & x & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

Wieder Laplacesche Entwicklung nach der dritten Zeile

$$\begin{aligned} D \quad &= 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ x & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} x & 2 \\ 3 & x \end{vmatrix} = 1 \cdot (-2 - x) + 2 \cdot (x^2 - 6) \\ &= -2 - x + 2x^2 - 12 = 2x^2 - x - 14 \end{aligned}$$

(b) Aus $D = -14$ folgt

$2x^2 - x - 14 = -14$

$2x^2 - x = 0$

$x \cdot (2x - 1) = 0$

$x = 0$ oder $2x - 1 = 0$

$x = 0$ oder $x = \frac{1}{2}$

Also $x \in \{0, \frac{1}{2}\}$

Aufgabe 4

Substitutionsmethode mit $g = x \cdot \ln x$

$$\frac{dg}{dx} = x \cdot \frac{1}{x} + 1 \cdot \ln x = 1 + \ln x$$

$$\int \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x} dx = \int \frac{1+\ln x}{g} \frac{dx}{1+\ln x}$$

$$= \int \frac{1}{g} dg = \ln g + C = \ln(x \cdot \ln x) + C$$

$$\int_2^e \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln(e \cdot \ln e) - \ln(2 \cdot \ln 2) = \ln(e) - \ln(2 \cdot \ln 2)$$

$$= 1 - \ln(2 \cdot \ln 2)$$

$$= 1 - \ln(\ln 4) \approx 0{,}673366$$

Aufgabe 5

Matrizenmultiplikation

$$A^2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + bc & ab \\ ac & bc \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Vier Gleichungen mit drei Variablen

(i) $a^2 + bc = 7$

(ii) $ab = 6$

(iii) $ac = 2$

(iv) $bc = 3$

Aus (i) minus (iv): $a^2 = 7 - 3 = 4$, also $a = \pm 2$; wähle $a = 2$

Aus (ii): $b = \frac{6}{2} = 3$

Aus (iii): $c = \frac{2}{2} = 1$

Also

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$