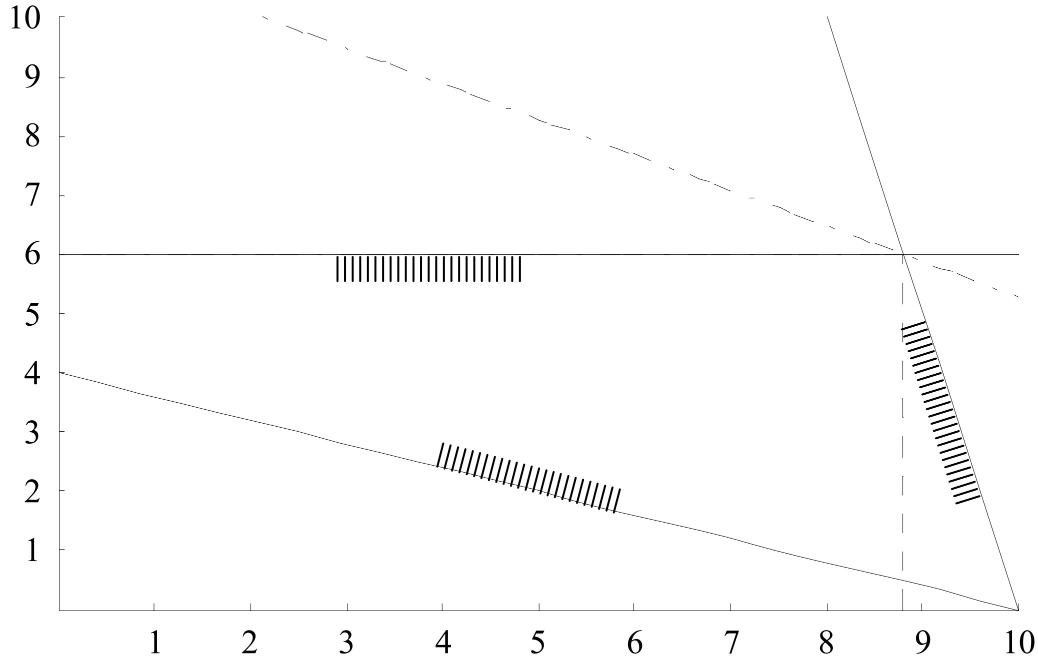
**Aufgabe 1**

Einzeichnen aller Nebenbedingungen




Die Lösungsmenge ist das Polygon auf der Innenseite der Kämme.

Zielfunktion:

$z = 7x_1 + 10x_2$

$x_2 = -\frac{7}{10}x_1 + \frac{z}{10}$

Wähle z = 0

$x_2 = -\frac{7}{10}x_1$

Verschiebung der Geraden nach oben

$x_1 \approx 8{,}8$ und $x_2 \approx 6$

Also

$z \approx 7 \cdot 8{,}8 + 10 \cdot 6 = 121{,}6$

**Aufgabe 2**

Kettenregel
$y' = e^{x^2-3x+2} \cdot (2x-3)$

Produktregel
$y'' = e^{x^2-3x+2} \cdot 2 + e^{x^2-3x+2} \cdot (2x-3) \cdot (2x-3)$

$y'' = e^{x^2-3x+2} \cdot (2 + (2x-3)^2)$

Notwendige Bedingung $y' = 0$
$e^{x^2-3x+2} \cdot (2x-3) = 0$

$2x - 3 = 0$
$x = \frac{3}{2}$

Hinreichende Bedingung für $x = \frac{3}{2}$
$y'' = e^{x^2-3x+2} \cdot (2 + (2 \cdot \frac{3}{2} - 3)^2) = e^{x^2-3x+2} \cdot 2 > 0$

Also Minimum bei $x = \frac{3}{2}$ mit

$y = e^{(\frac{3}{2})^2 - 3\frac{3}{2} + 2} = e^{\frac{9}{4} - \frac{9}{2} + 2} = e^{\frac{9-18+8}{4}} = e^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{e}} \approx 0{,}778801$

**Aufgabe 3**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0 | [1] | −1 | (−3) | (−$a$−1) |
| 3 | 1 | 3 | 1 | + | |
| 3 | 0 | $a$+1 | 6 | | + |
| 3 | 0 | 1 | −1 | | |
| −6 | 1 | 0 | 4 | | |
| [−3$a$] | 0 | 0 | $a$+7 | :(−3$a$) | |

Voraussetzung: $a \neq 0$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0 | 1 | −1 | + | |
| −6 | 1 | 0 | 4 | | + |
| [1] | 0 | 0 | $-(a+7):(3a)$ | (−3) | 6 |
| 0 | 0 | 1 | $(a+7):a - 1$ | | |
| 0 | 1 | 0 | $-2(a+7):a + 4$ | | |
| 1 | 0 | 0 | $-(a+7):(3a)$ | | |

(Eindeutig) lösbar, also Linearkombination möglich für $a \neq 0$

Sonderfall: $a = 0$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 0 | 1 | −1 |
| −6 | 1 | 0 | 4 |
| 0 | 0 | 0 | 7 |

Nicht lösbar, also keine Linearkombination möglich für $a = 0$

**Aufgabe 4**

Partielle Integration

$$\begin{aligned}
\int x \cdot \ln x \, dx &= \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} \, dx \\
&= \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \int \frac{x}{2} \cdot dx \\
&= \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C \\
&= \frac{x^2}{2} \cdot (\ln x - \frac{1}{2}) + C
\end{aligned}$$

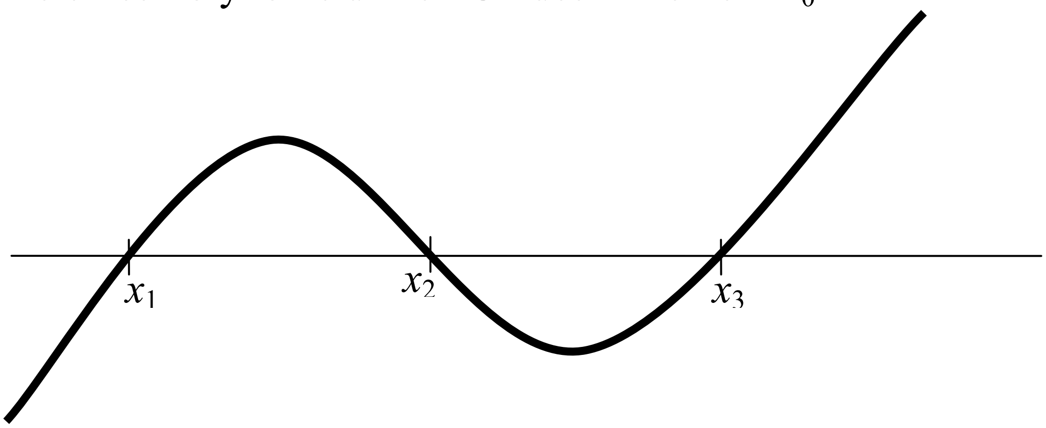
Damit

$$\begin{aligned}
\int_1^e x \cdot \ln x \, dx &= (\frac{e^2}{2} \cdot (\ln e - \frac{1}{2})) - (\frac{1^2}{2} \cdot (\ln 1 - \frac{1}{2})) \\
&= (\frac{e^2}{2} \cdot (1 - \frac{1}{2})) - (\frac{1}{2} \cdot (0 - \frac{1}{2})) \\
&= \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} \\
&= \frac{e^2 + 1}{4} \approx 2{,}09726
\end{aligned}$$

**Aufgabe 5**

(a) Definitionsmenge: Da Definitionsmenge des Logarithmus gleich ]0, ∞[ muss gelten $x \cdot (x^2 - 5x + 6) > 0$

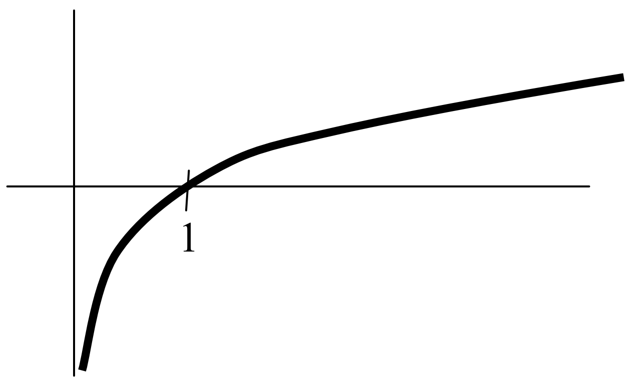
Skizze eines Polynoms dritten Grades mit einem $a_0 = 1 > 0$




$$x \cdot (x^2 - 5x + 6) = 0 \quad \text{falls}$$
$$x = 0 \quad \text{oder} \quad x^2 - 5x + 6 = 0$$
$$x = 0 \quad \text{oder} \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

Also $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$
Damit $D = ]0, 2[ \cup ]3, \infty[$

(b) Wertemenge: Skizze des natürlichen Logarithmus




Da Wertemenge des Polynoms die Menge ]0, ∞[ umfasst, gilt für die gegebene Funktion

$W = \mathbf{R} = ]-\infty, \infty[$