Aufgabe 1

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5				
2	[–5]	1	0	0	–4	:(–5)		
3	1	0	1	0	11			
1	2	0	0	1	7			
–1	1	0	0	0	0			
–2/5	[1]	–1/5	0	0	4/5	(–1)	(–2)	(–1)
3	1	0	1	0	11	+		
1	2	0	0	1	7		+	
–1	1	0	0	0	0			+
–2/5	1	–1/5	0	0	4/5			
[17/5]	0	1/5	1	0	51/5	3	:17/5	
9/5	0	2/5	0	1	27/5	3		
–3/5	0	1/5	0	0	–4/5			
–2/5	1	–1/5	0	0	4/5	+		
[1]	0	1/17	5/17	0	3	2/5	(–9/5)	3/5
9/5	0	2/5	0	1	27/5		+	
–3/5	0	1/5	0	0	–4/5			+
0	1	–3/17	2/17	0	2			
1	0	1/17	5/17	0	3			
0	0	5/17	–9/17	1	0			
0	0	4/17	3/17	0	1			

also $x_1 = 3$; $x_2 = 2$ und $z = 1$

Aufgabe 2

Quotientenregel

$$y' = \frac{(x+5)\cdot e^{ax}\cdot a - e^{ax}\cdot 1}{(x+5)^2} = \frac{((x+5)\cdot a - 1)\cdot e^{ax}}{(x+5)^2} = \frac{(ax+5a-1)\cdot e^{ax}}{(x+5)^2}$$

Waagrechte Tangente, d. h.
$y' = 0$, also
$(ax + 5a - 1) \cdot e^{ax} = 0$

da $e^{ax} > 0$ für alle x
$ax + 5a - 1 = 0$

$ax = 1 - 5a$

Voraussetzung: $a \neq 0$
$x = \frac{1-5a}{a}$ Punkt mit waagrechter Tangente

Sonderfall: $a = 0$
$0 \cdot x = 1 - 5 \cdot 0$
$0 = 1$ Widerspruch!
also kein Punkt mit waagrechter Tangente vorhanden

Aufgabe 3

x_1	x_2	x_3	x_4			
2	[–1]	4	3	–2	:(–1)	
8	–3	a	14	1		
4	–1	4	8	5		
–2	[1]	–4	–3	2	3	+
8	–3	a	14	1	+	
4	–1	4	8	5		+
–2	1	–4	–3	2		
2	0	a–12	5	7		
[2]	0	0	5	7	:2	
–2	1	–4	–3	2	+	
2	0	a–12	5	7		+
[1]	0	0	5/2	7/2	2	–2
0	1	–4	2	9		
0	0	[a–12]	0	0	:(a–12)	
1	0	0	5/2	7/2		

Voraussetzung: $a \neq 12$

0	1	–4	2	9	+
0	0	[1]	0	0	4
1	0	0	5/2	7/2	
0	1	0	2	9	
0	0	1	0	0	
1	0	0	5/2	7/2	

also unendlich viele Lösungen

Sonderfall: $a = 12$

0	1	–4	2	9
0	0	0	0	0
1	0	0	5/2	7/2
0	1	–4	2	9
1	0	0	5/2	7/2

also unendlich viele Lösungen

Das Gleichungssystem hat für alle Werte von a unendlich viele Lösungen.

Aufgabe 4

Substitution $g = 8 + \sin x$

$$\frac{dg}{dx} = \cos x$$

$$dx = \frac{dg}{\cos x}$$

Also

$$? \quad = \int \cos x \cdot \ln g \, \frac{dg}{\cos x}$$

$$= \int \ln g \; dg$$

$$= \int 1 \cdot \ln g \; dg$$

Partielle Integration

$$= g \cdot \ln g - \int g \cdot \frac{1}{g} \, dg$$

$$= g \cdot \ln g - \int 1 \, dg$$

$$= g \cdot \ln g - g + \mathrm{C}$$

$$= g \cdot (\ln g - 1) + \mathrm{C}$$

$$= (8 + \sin x) \cdot ((\ln(8 + \sin x) - 1)) + C$$

Also

$$? \quad = \left[(8 + \sin x) \cdot ((\ln(8 + \sin x) - 1)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= (8 + 1) \cdot ((\ln(8 + 1) - 1) - (8 + 0) \cdot ((\ln(8 + 0) - 1)$$

$$= 9 \cdot ((\ln(9) - 1) - 8 \cdot ((\ln(8) - 1)$$

Aufgabe 5

$$y = \frac{2}{x-3} = 2\,(x-3)^{-1}$$

Ermittlung aller Ableitungen

$y' \quad = 2 \cdot (-1) \cdot (x-3)^{-2}$

$y'' \quad = 2 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (x-3)^{-3}$

$y''' \quad = 2 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (x-3)^{-4}$

usw.

$y^{(k)} \quad = 2 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot \ldots \cdot (-k) \cdot (x-3)^{-k-1}$

$\quad = 2 \cdot (-1)^k \cdot k! \cdot (x-3)^{-k-1}$

Einsetzen der Stelle $x_0 = 4$

$f^{(k)}(4) = 2 \cdot (-1)^k \cdot k! \cdot (4-3)^{-k-1}$

$\quad = 2 \cdot (-1)^k \cdot k! \cdot 1^{-k-1}$

$\quad = 2 \cdot (-1)^k \cdot k!$

Taylorreihe

$$y = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2 \cdot (-1)^k \cdot k!}{k!} \cdot (x-4)^k$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} 2 \cdot (-1)^k \cdot (x-4)^k$$