Aufgabe 1

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5				
3	2	1	0	0	19			
[–7]	1	0	1	0	–16	:(–7)		
–1	1	0	0	1	2			
–1	–1	0	0	0	0			
3	2	1	0	0	19	+		
[1]	–1/7	0	–1/7	0	16/7	(–3)	+	+
–1	1	0	0	1	2		+	
–1	–1	0	0	0	0			+
0	[17/7]	1	3/7	0	85/7	5	:17/7	
1	–1/7	0	–1/7	0	16/7			
0	6/7	0	–1/7	1	30/7	5		
0	–8/7	0	–1/7	0	16/7			
0	[1]	7/17	3/17	0	5	1/7	–6/7	8/7
1	–1/7	0	–1/7	0	16/7	+		
0	6/7	0	–1/7	1	30/7		+	
0	–8/7	0	–1/7	0	16/7			+
0	1	7/17	3/17	0	5			
1	0	1/17	–2/17	0	3			
0	0	–6/17	–5/17	1	0			
0	0	8/17	1/17	0	8			

also $x_1 = 3$; $x_2 = 5$ und $z = 8$

Aufgabe 2

Quotientenregel

$$y' = \frac{(x^2+a)\cdot 1-(x-2)\cdot 2x}{(x^2+a)^2} = \frac{x^2+a-2x^2+4x}{(x^2+a)^2} = \frac{-x^2+4x+a}{(x^2+a)^2}$$

Waagrechte Tangente, d. h.
$y' = 0$, also
$-x^2 + 4x + a = 0$

Auflösung der quadratischen Gleichung

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-4\cdot(-1)\cdot a}}{2\cdot(-1)} = \frac{-4 \pm \sqrt{16+4a}}{-2}$$

also $x_{1,2}$ bestimmbar, genau falls
$16 + 4a > 0$
$4a > -16$
$a > -4$

Voraussetzung: $a \neq 0$ (dann x beliebig): Für $a > -4$ zwei Punkte mit waagrechter Tangente

Voraussetzung: $a = 0$ (dann $x \neq 0$ wegen Nenner): Es gilt $x_1 = 0$ (nicht zulässig) und $x_2 = 4$. Also nur ein Punkt mit waagrechter Tangente

Daher Antwort: $a > -4$ und $a \neq 0$

Aufgabe 3

x_1	x_2	x_3			
[1]	0	2	1	(–2)	(–1)
2	3	5	4	+	
1	15	a+2	12		+
1	0	2	1		
0	[3]	1	2	:3	
0	15	a	11		
1	0	2	1		
0	[1]	1/3	2/3	(–15)	
0	15	a	11	+	
1	0	2	1		
0	1	1/3	2/3		
0	0	[a–5]	1	:(a–5)	

Voraussetzung: $a \neq 5$

1	0	2	1	+	
0	1	1/3	2/3		+
0	0	[1]	1/(a–5)	(–2)	(–1/3)
1	0	0	(a–7)/(a–5)		
0	1	0	$\frac{2a-11}{3(a-5)}$		
0	0	1	1/(a–5)		

also genau eine Lösung, d. h. nicht keine Lösung

Sonderfall: $a = 5$

1	0	2	1
0	1	1/3	2/3
0	0	0	1

also keine Lösung

Aufgabe 4

Substitution: $g = x^5 - \frac{\pi}{2}$

$\frac{dg}{dx} = 5x^4$

$dx = \frac{dg}{5x^4}$

Also

$$
\begin{aligned}
? \quad &= \int_0^{\sqrt[5]{\pi}} 2x^4 \cos g \, \frac{dg}{5x^4} \\
&= \frac{2}{5} \int_0^{\sqrt[5]{\pi}} \cos g \; dg \\
&= \frac{2}{5} \, [\sin g]_0^{\sqrt[5]{\pi}} \\
&= \frac{2}{5} \left[\sin(x^5 - \frac{\pi}{2}) \right]_0^{\sqrt[5]{\pi}} \\
&= \frac{2}{5} \, [\sin(\sqrt[5]{\pi}^5 - \frac{\pi}{2}) - (\sin(0^5 - \frac{\pi}{2}))] \\
&= \frac{2}{5} \, [\sin(\pi - \frac{\pi}{2}) - (\sin(-\frac{\pi}{2}))] \\
&= \frac{2}{5} \, [\sin(\frac{\pi}{2}) - (\sin(-\frac{\pi}{2}))] \\
&= \frac{2}{5} \, [1 - (-1)] \\
&= \frac{4}{5}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 5

Partielle Ableitungen

$$z'_x = y^2 \cdot \frac{1}{x} = \frac{y^2}{x}$$

$$z'_y = 2y \cdot \ln x$$

Im Punkt $x = e$; $y = 1$

$$z'_x = \frac{1^2}{e} = \frac{1}{e}$$

$$z'_y = 2 \cdot 1 \cdot \ln e = 2$$

$$z = 1^2 \cdot \ln e = 1$$

Gleichung der Tangentialebene

$$t = 1 + (x - e) \cdot \frac{1}{e} + (y - 1) \cdot 2$$

$$t = (1 - 1 - 2) + x \cdot \frac{1}{e} + y \cdot 2 = -2 + \frac{1}{e} \cdot x + 2 \cdot y$$

Linearer Raum

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1/e \end{pmatrix} \cdot c_1 + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot c_2$$

wobei c_1 und c_2 beliebig