Aufgabe 1

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5				
1	1	1	0	0	8			
–1	–1	0	1	0	–5			
[–1]	–2	0	0	1	–8]	:(–1)		
1	3	0	0	0	0			
1	1	1	0	0	8	+		
–1	–1	0	1	0	–5		+	
[1]	2	0	0	–1	8	(–1)	+	(–1)
1	3	0	0	0	0			+
0	–1	1	0	1	0			
0	1	0	1	–1	3			
1	2	0	0	–1	8			
0	1	0	0	1	–8			

also $x_1 = 8$, $x_2 = 0$, $-z = -8$, d. h. $z = 8$

Aufgabe 2

Lagrange-Funktion:
$Z(x, y, \lambda) = xy + 6 - 3x - 2y + \lambda\cdot(y + 2x - 2)$

damit
$Z'_x = y - 3 + \lambda\cdot 2 = 0$
$Z'_y = x - 2 + \lambda\cdot 1 = 0$
$Z'_\lambda = y + 2x - 2 = 0$

Zweite Gleichung mal (–2):
$Z'_y = -2x + 4 + \lambda\cdot(-2) = 0$

Addition zur ersten Gleichung:
$y - 3 \;\; - 2x + 4 \;\; = 0$
$y = 2x - 1$

Einsetzen in dritte Gleichung
$2x - 1 + 2x - 2 = 0$
$4x - 3 = 0$
$x = \frac{3}{4}$
$y = 2\frac{3}{4} - 1 = \frac{1}{2}$

damit Minimum
$z = \frac{3}{4}\frac{1}{2} + 6 - 3\frac{3}{4} - 2\frac{1}{2} = \frac{3 + 48 - 18 - 8}{8} = \frac{25}{8}$

Aufgabe 3

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a^2 + a & 1 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2a & 1 \end{pmatrix}$$

also

$A \cdot B = B \cdot A$

$a^2 + a = 2a$

$a^2 = a$

$a = 0$ oder $a = 1$

Aufgabe 4

Substitution: $g = x^2 + 5$, $\frac{dg}{dx} = 2x$, $dx = \frac{dg}{2x}$, damit

? $\quad = \int 3x \sin g \frac{dg}{2x} = \frac{3}{2} \int \sin g \, dg = \frac{3}{2} (-\cos g) + C$

$\quad = -\frac{3}{2} \cos(x^2 + 5) + C$

Aufgabe 5

$f(x) = \cos(2x)$
$f'(x) = -\sin(2x)\cdot 2 = -2\cdot\sin(2x)$
$f''(x) = -2\cdot\cos(2x)\cdot 2 = -4\cdot\cos(2x)$

<u>Notwendige Bedingung:</u>
$-2\cdot\sin(2x) = 0$
$\sin(2x) = 0$
$2x = k\cdot 2\pi$ oder $2x = \pi + k\cdot 2\pi$ $\quad (k \in \mathbf{Z})$
$x = k\cdot\pi$ oder $x = \frac{\pi}{2} + k\cdot\pi$ $\quad (k \in \mathbf{Z})$

<u>Hinreichende Bedingung:</u>
$f''(k\cdot\pi) = -4\cdot\cos(k\cdot 2\pi) = -4\cdot 1 = -4 < 0$,
also (relatives) Maximum
$f(k\cdot\pi) = \cos(k\cdot 2\pi) = 1 \quad (k \in \mathbf{Z})$
$f''(\frac{\pi}{2} + k\cdot\pi) = -4\cdot\cos(\pi + k\cdot 2\pi) = -4\cdot(-1) = 4 > 0$,
also (relatives) Minimum
$f(\frac{\pi}{2} + k\cdot\pi) = \cos(\pi + k\cdot 2\pi) = -1 \quad (k \in \mathbf{Z})$

Auf Grund des Verlaufs der Kosinusfunktion stimmen die relativen Extrema mit den absoluten überein.