Aufgabe 1

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5			
-1	$\boxed{1}$	1	0	0	5	$5/1 = 5$]	(-2)
1	2	0	1	0	25	$25/2 = 12,5$	+
3	1	0	0	1	45	$45/1 = 45$	
0	-1	0	0	0	0		

-1	1	1	0	0	5		
$\boxed{3}$	0	-2	1	0	15	$\frac{15}{3} = 5$]	:3
4	0	-1	0	1	40	$\frac{40}{4} = 10$	
-1	0	1	0	0	5		

-1	1	1	0	0	5	+		
$\boxed{1}$	0	-2/3	1/3	0	5	+	(-4)	+
4	0	-1	0	1	40		+	
-1	0	1	0	0	5			+

0	1	1/3	1/3	0	10
1	0	-2/3	1/3	0	5
0	0	5/3	-4/3	1	20
0	0	1/3	1/3	0	10

Also

$x_1 = 5$

$x_2 = 10$

$z = -2^* = -10$

<u>Probe:</u>

$z = -10$ ✓

Aufgabe 2

Lagrange-Funktion

$$Z(x, y, \lambda) = 2(\ln x + \ln y) + \lambda(x + y - 1)$$

Damit

$$Z'_x = \frac{2}{x} + \lambda$$

$$Z'_y = \frac{2}{y} + \lambda$$

$$Z'_\lambda = x + y - 1$$

Notwendige Bedingung

(1) $\frac{2}{x} + \lambda = 0$

(2) $\frac{2}{y} + \lambda = 0$

(3) $x + y - 1 = 0$

Aus (1) und (2) folgt $\frac{2}{x} = \frac{2}{y}$; d.h. $x = y$

in (3) eingesetzt

$$x + x - 1 = 0; \text{ d.h. } 2x = 1; \text{ d.h. } x = \frac{1}{2}$$

also auch $y = \frac{1}{2}$

Damit

$$z = 2\left(\ln\frac{1}{2} + \ln\frac{1}{2}\right)$$

$$= 4\ln\frac{1}{2} = -4\ln 2$$

Also Minimum im Punkt

$$\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, \frac{1}{2} \,\middle|\, -4\ln 2\right)$$

Aufgabe 3

$$A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+a+0 & a+a+0 & 0+0+0 \\ 1+1+0 & a+1+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a+1 & 2a & 0 \\ 2 & a+1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aus $a+1 = 4$ folgt $a = 3$. Dann

$$\ldots = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

Substitution $g = 3 + \cos x$

dann $\frac{dg}{dx} = -\sin x$

$$dx = -\frac{dg}{\sin x}$$

Also

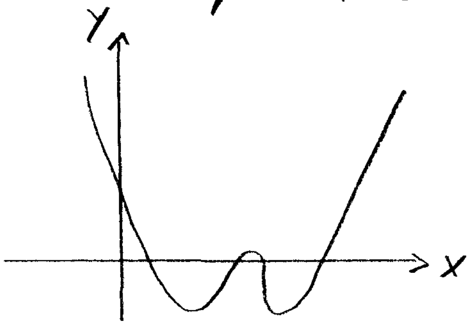
$$\int \frac{5 \sin x}{3 + \cos x}\, dx = \int \frac{5 \sin x}{g} \left(- \frac{dg}{\sin x} \right)$$

$$= -5 \int \frac{1}{g}\, dg = -5 \ln g + C$$

$$= -5 \ln(3 + \cos x) + C$$

Aufgabe 5

y ist ganzrationale Funktion vom Grad 4, also hat der Graph eine W-Form



Es genügt also, die relativen Extremwerte zu untersuchen.

Notwendige Bedingung

$$y' = 3 \cdot 4 x^3 - 8 \cdot 3 x^2 - 90 \cdot 2 x$$

$$= 12 x^3 - 24 x^2 - 180 x$$

Aus $y' = 0$ folgt

$$12 x^3 - 24 x^2 - 180 x = 0 \quad \Big| : 12$$

$$x^3 - 2 x^2 - 15 x = 0$$

$$x (x^2 - 2 x - 15) = 0$$

Also

$$x = 0 \qquad \text{oder} \qquad x = \underbrace{\frac{2 \pm \sqrt{2^2 + 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2}}_{\frac{2 \pm \sqrt{64}}{2} = 1 \pm 4}$$

d.h. $\quad x = 0 \quad$ oder $\quad x = -3 \quad$ oder $\quad x = 5$

<u>Hinreichende Bedingung</u>

$$y'' = 12 \cdot 3x^2 - 24 \cdot 2x - 180$$

$$= 36x^2 - 48x - 180$$

für $x = 0$ gilt $\quad y'' = -180 < 0$; rel. Max.

für $x = -3$ gilt $\quad y'' = 36 \cdot 9 + 48 \cdot 3 - 180 = 288 > 0$; rel. Min

$$y = 3 \cdot 3^4 + 8 \cdot 3^3 - 90 \cdot 3^2 = -351$$

für $x = 5$ gilt $\quad y'' = 36 \cdot 25 - 48 \cdot 5 - 180 = 480 > 0$; rel. Min.

$$y = 3 \cdot 5^4 - 8 \cdot 5^3 - 90 \cdot 5^2 = -1375$$

Also absolutes Minimum im Punkt

$$(5 \mid -1375)$$