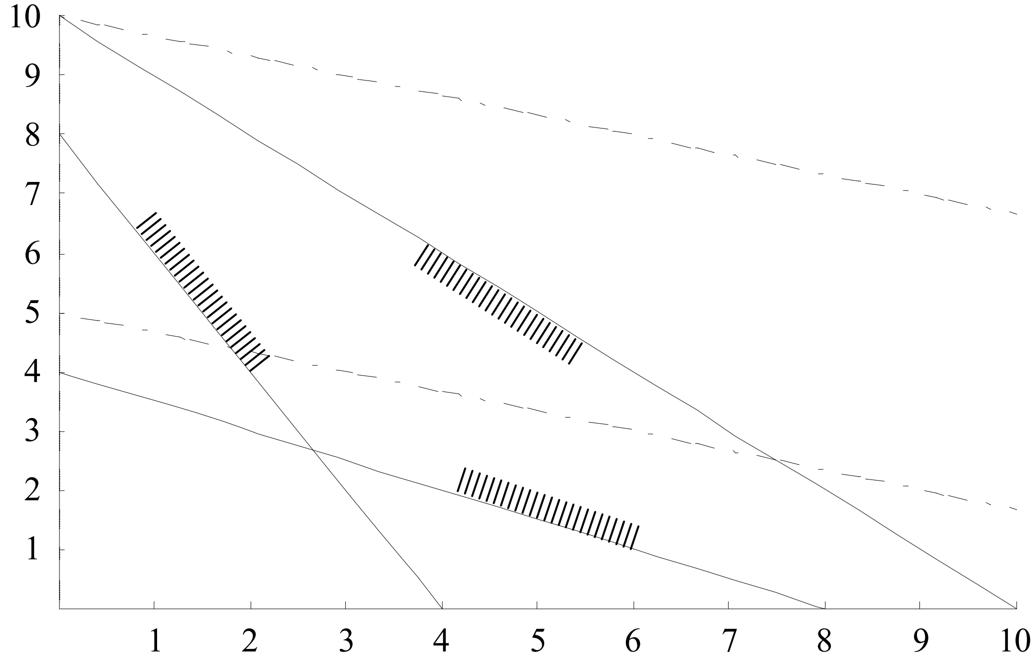
Aufgabe 1



Die Lösungsmenge ist das Polygon auf der Innenseite der Kämme.

Zielfunktion:

$z = x_1 + 3x_2$

$3x_2 = -x_1 + z$

$x_2 = -\frac{1}{3}x_1 + \frac{z}{3}$

Wähle z = 15

$x_2 = -\frac{1}{3}x_1 + 5$

Verschiebung der Geraden nach oben

$x_1 \approx 0$ und $x_2 \approx 10$

also

$z \approx 0 + 3 \cdot 10 = 30$

Aufgabe 2

Lagrange-Funktion:
$Z(x, y, \lambda) = y \cdot e^{3x} + \lambda \cdot (x - 2y)$

<u>Notwendige Bedingung:</u>
$Z'_x = y \cdot e^{3x} \cdot 3 + \lambda = 0$
$Z'_y = e^{3x} - 2\lambda = 0$
$Z'_\lambda = x - 2y = 0$

Aus dritter Gleichung:
$x = 2y$

Erste Gleichung mal 2:
$6y \cdot e^{3x} + 2\lambda = 0$

Addition zur zweiten Gleichung:
$e^{3x} + 6y \cdot e^{3x} = (1 + 6y) \cdot e^{3x} = 0$
$1 + 6y = 0$
$y = -\frac{1}{6}$
$x = -2\frac{1}{6} = -\frac{1}{3}$

Hinreichende Bedingung:

$$Z''_{xx} = 9y\, e^{3x} \qquad Z''_{xy} = 3e^{3x} \qquad Z''_{x\lambda} = 1$$

$$Z''_{yy} = 0 \qquad Z''_{y\lambda} = -2$$

$$Z''_{\lambda\lambda} = 0$$

also

$$D = \begin{vmatrix} \frac{-3}{2e} & \frac{3}{e} & [1] \\ \frac{3}{e} & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{-3}{2e} & \frac{3}{e} & [1] \\ 0 & \frac{6}{e} & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{6}{e} \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 0 - \frac{6}{e} = -\frac{6}{e}$$

< 0

daher Minimum

$$z = -\frac{1}{6} \cdot e^{-1} = \frac{-1}{6e}$$

Aufgabe 3

x_1	x_2	x_3			
[1]	1	1	0	+	(–1)
–1	a	1	0	+	
1	1	a	0		+
1	1	1	0		
0	[1+a]	2	0	:(1+a)	
0	0	a–1	0		

Voraussetzung: $a \neq -1$

1	1	1	0	+
0	[1]	2/(1+a)	0	(–1)
0	0	a–1	0	
1	0	1–2/(1+a)	0	
0	1	2/(1+a)	0	
0	0	[a–1]	0	:(a–1)

Voraussetzung: $a \neq 1$

1	0	1–2/(1+a)	0		+
0	1	2/(1+a)	0	+	
0	0	[1]	0	–2/(1+a)	2/(1+a)–1
1	0	0			
0	1	0			
0	0	1			

also Spaltenvektoren linear unabhängig, d. h. Inverse existiert

Sonderfall $a = -1$

1	1	1	0		
0	0	[2]	0	:2	
0	0	–2	0		
1	1	1	0	+	
0	0	[1]	0	(–1)	2
0	0	–2	0		+
1	1	0	0		
0	0	1	0		
0	0	0	0	XXX	
1	1	0	0		
0	0	1	0		

also Spaltenvektoren linear abhängig, d. h. Inverse existiert nicht

Sonderfall $a = 1$

1	0	0	0	
0	1	1	0	
0	0	0	0	XXX
1	0	0	0	
0	1	1	0	

also Spaltenvektoren linear abhängig, d. h. Inverse existiert nicht

Aufgabe 4

Substitution: $g = 2 - 3x$, $\dfrac{dg}{dx} = -3$, $dx = \dfrac{dg}{-3}$, damit

$$\int e^{2-3x}dx = \int e^{g}\,\frac{dg}{-3} = \frac{-1}{3}\int e^{g}dg = \frac{-1}{3}e^{g} + \mathrm{C} = \frac{-1}{3}e^{2-3x} + \mathrm{C}$$

also

$$\int_1^b e^{2-3x}dx = \left[\frac{-1}{3}e^{2-3x}\right]_1^b = \frac{-1}{3}e^{2-3b} - \frac{-1}{3}e^{-1}$$

damit

$$? \quad = \lim_{b\to\infty}\left(\frac{-1}{3}e^{2-3b} - \frac{-1}{3}e^{-1}\right) = \frac{-1}{3}\lim_{b\to\infty}(e^{2-3b}) + \frac{1}{3}e^{-1}$$

$$= \frac{-1}{3}\cdot 0 + \frac{1}{3}e^{-1} = \frac{1}{3}e^{-1} = \frac{1}{3e}$$

Aufgabe 5

Polynom dritten Grades: $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

damit

$f'(x) = 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c$

$f''(x) = 6a \cdot x + 2b$

$f'''(x) = 6a$

also

$f'''(1) = 6a = -1$, d. h. $a = \frac{-1}{6}$

$f''(1) = 6a + 2b = -1 + 2b = 2$, d. h. $b = \frac{3}{2}$

$f'(1) = 3a + 2b + c = 0$, d. h. $\frac{-1}{2} + 3 + c = 0$, d. h. $c = -\frac{5}{2}$

$f(1) = a + b + c + d = 0$, d. h. $\frac{-1}{6} + \frac{3}{2} - \frac{5}{2} + d = 0$, d. h. $d = \frac{7}{6}$

damit

$a = \frac{-1}{6}$, $b = \frac{3}{2}$, $c = -\frac{5}{2}$, $d = \frac{7}{6}$