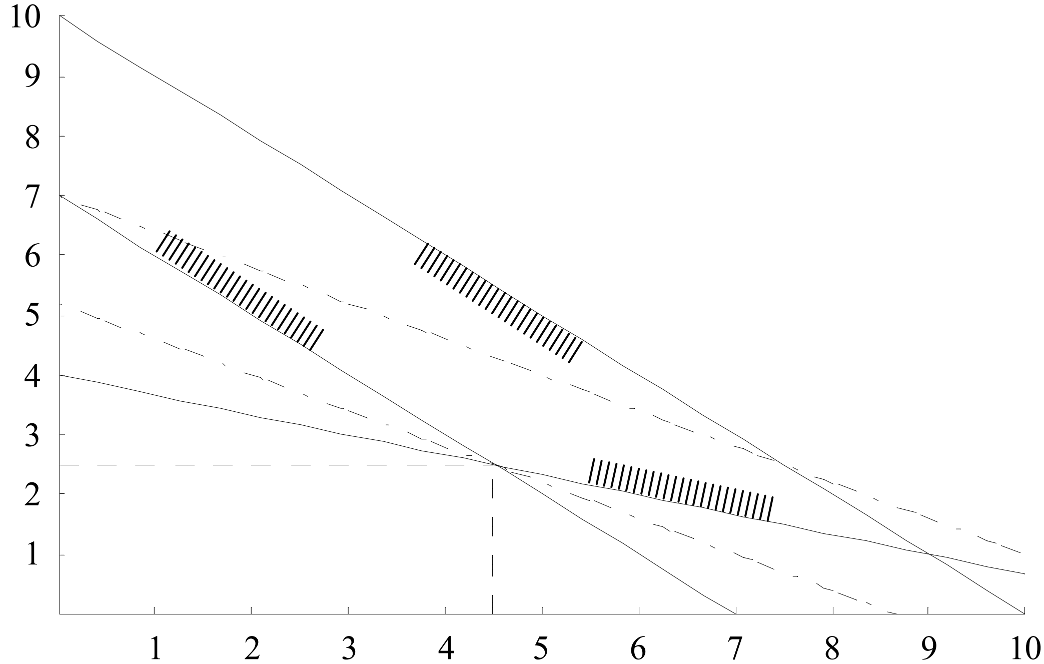
Aufgabe 1



Die Lösungsmenge ist das Polygon auf der Innenseite der Kämme.

Zielfunktion:

$z = 3x_1 + 5x_2$

$5x_2 = -3x_1 + z$

$x_2 = -\frac{3}{5}x_1 + \frac{z}{5}$

Wähle z = 35

$x_2 = -\frac{3}{5}x_1 + 7$

Verschiebung der Geraden nach unten

$x_1 \approx 4{,}5$ und $x_2 \approx 2{,}5$

also

$z \approx 3 \cdot 4{,}5 + 5 \cdot 2{,}5 = 26$

Aufgabe 2

Lagrange-Funktion:
$Z(x, y, \lambda) = x \cdot \ln(2y) + \lambda \cdot (3x - y)$

<u>Notwendige Bedingung:</u>

$$Z'_x = \ln(2y) + \lambda \cdot 3 = 0$$

$$Z'_y = x \cdot \frac{1}{2y} \cdot 2 + \lambda \cdot (-1) = \frac{x}{y} + \lambda \cdot (-1) = 0$$

$$Z'_\lambda = 3x - y = 0$$

Aus dritter Gleichung:
$y = 3x$

Zweite Gleichung mal 3:

$$3\frac{x}{y} + \lambda \cdot (-3) = 0$$

Addition zur ersten Gleichung:

$$\ln(2y) + 3\frac{x}{y} = 0$$

$$\ln(2y) + \frac{y}{y} = 0$$

$$\ln(2y) + 1 = 0$$

$$\ln(2y) = -1$$

$$2y = e^{-1}$$

$$y = \frac{1}{2}e^{-1} = \frac{1}{2e}$$

$$x = \frac{1}{3}y = \frac{1}{6e}$$

Hinreichende Bedingung:

$$Z''_{xx} = 0 \qquad Z''_{xy} = \frac{1}{y} \qquad Z''_{x\lambda} = 3$$

$$Z''_{yy} = \frac{-x}{y^2} \qquad Z''_{y\lambda} = -1$$

$$Z''_{\lambda\lambda} = 0$$

also

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 2e & 3 \\ 2e & -\frac{2}{3}e & [-1] \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} = (-1)\cdot\begin{vmatrix} 0 & 2e & 3 \\ -2e & \frac{2}{3}e & [1] \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)\cdot\begin{vmatrix} 6e & 0 & 0 \\ -2e & \frac{2}{3}e & [1] \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} = (-1)\cdot(-1)\cdot\begin{vmatrix} 6e & 0 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -6e < 0$$

daher Minimum

$$z = \frac{1}{6e} \cdot \ln(2\frac{1}{2e}) = \frac{1}{6e} \cdot \ln(\frac{1}{e}) = \frac{-1}{6e}$$

Aufgabe 3

x_1	x_2	x_3				
[1]	5	3	0	(–1)	(–1)	(–2)
1	a	4	0	+		
1	5	a	0		+	
2	$5+a$	7	0			+
1	5	3	0			
0	$a-5$	1	0			
0	0	[$a-3$]	0	:($a-3$)		
0	$a-5$	1	0			

Voraussetzung: $a \neq 3$

1	5	3	0	+		
0	$a-5$	1	0		+	
0	0	[1]	0	(–3)	(–1)	(–1)
0	$a-5$	1	0			+
1	5	0	0			
0	[$a-5$]	0	0	:($a-5$)		
0	0	1	0			
0	$a-5$	0	0			

Voraussetzung: $a \neq 5$

1	5	0	0	+	
0	[1]	0	0	(–5)	($5-a$)
0	0	1	0		
0	$a-5$	0	0		+
1	0	0	0		
0	1	0	0		
0	0	1	0		
0	0	0	0	XXX	
1	0	0	0		
0	1	0	0		
0	0	1	0		

Vektoren linear unabhängig

<u>Sonderfall: $a = 3$</u>

1	5	3	0		
0	–2	1	0		
0	0	0	0	XXX	
0	–2	1	0		
1	5	3	0	+	
0	–2	[1]	0	(–3)	(–1)
0	–2	1	0		+
1	11	0	0		
0	–2	1	0		
0	0	0	0	XXX	
1	11	0	0		
0	–2	1	0		

Vektoren linear abhängig

<u>Sonderfall: $a = 5$</u>

1	5	0	0	
0	0	0	0	XXX
0	0	1	0	
0	0	0	0	XXX
1	5	0	0	
0	0	1	0	

Vektoren linear abhängig

Aufgabe 4

Substitution: $g = 2x + 1$, $\frac{dg}{dx} = 2$, $dx = \frac{dg}{2}$, damit

$$\int \frac{1}{(2x+1)^2}\,dx = \int \frac{1}{g^2}\frac{dg}{2} = \frac{1}{2}\int g^{-2}dg = \frac{1}{2}\frac{g^{-1}}{-1} + C$$

$$= \frac{1}{2}\frac{(2x+1)^{-1}}{-1} + C = \frac{-1}{2}\frac{1}{2x+1} + C$$

also

$$\int_0^b \frac{1}{(2x+1)^2}\,dx = \left[\frac{-1}{2}\frac{1}{2x+1}\right]_0^b = \frac{-1}{2}\frac{1}{2b+1} - \frac{-1}{2}$$

daher

$$? \quad = \lim_{b\to\infty}\left(\frac{-1}{2}\frac{1}{2b+1} - \frac{-1}{2}\right) = \frac{-1}{2}\cdot\left(\lim_{b\to\infty}\frac{1}{2b+1}\right) + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{-1}{2}\cdot 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 5

Polynom dritten Grades: $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

damit
$f'(x) = 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c$
$f''(x) = 6a \cdot x + 2b$

also
$f(0) = d = 1$
$f'(0) = c = 1$
$f''(0) = 2b = 0$, d. h. $b = 0$
$f(3) = a \cdot 27 + 0 \cdot 9 + 1 \cdot 3 + 1 = 2$, d. h. $a \cdot 27 = -2$

damit
$a = \frac{-2}{27}$, $b = 0$, $c = 1$, $d = 1$