Aufgabe 1
Gaußsches Verfahren

$$\begin{array}{ccc|l}
a & -1 & 0 & + \\
0 & a^2 & a & \\
0 & 1 & a & \\
\boxed{1} & 0 & 1 & \cdot(-a) \\
\hline
0 & -1 & -a & + \\
0 & a^2 & a & + \\
0 & \boxed{1} & a & + \quad \cdot(-a^2) \\
1 & 0 & 1 & \\
\hline
\cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \\
0 & 0 & \boxed{a-a^3} & :(a-a^3) \\
0 & 1 & a & \\
1 & 0 & 1 & \\
\hline
0 & 0 & \boxed{1} & \cdot(-a) \ (-1) \\
0 & 1 & a & + \\
1 & 0 & 1 & + \\
\hline
0 & 0 & 1 & \\
0 & 1 & 0 & \\
1 & 0 & 0 & \\
\hline
\end{array}$$

← Voraussetzung $a - a^3 \neq 0$

d.h. $a(1-a^2) \neq 0$

d.h. $a \neq 0$ und $a \neq \pm 1$

Da dies ein Quadrat mit Seitenlänge 3 ist, sind die gegebenen 3 Vektoren linear unabhängig.

<u>Zusatzfall</u>: $a - a^3 = 0$

Dann

~~0~~	~~0~~	~~0~~
0	1	~~a~~
1	0	~~1~~

Da dies nur ein Quadrat mit Seitenlänge 2 ist, sind die gegebenen 3 Vektoren linear abhängig.

Aufgabe 2

$$Z(x, y, \lambda) = -x + x^2 - 2y + 3 + \lambda(2x + y)$$

Notwendige Bedingung

$$Z'_x = -1 + 2x + 2\lambda = 0$$

$$Z'_y = -2 + \lambda = 0, \text{ d.h. } \lambda = 2$$

$$Z'_\lambda = 2x + y = 0$$

Also

$$-1 + 2x + 2 \cdot 2 = 0$$

d.h.

$$2x = -3 \quad \text{d.h.} \quad x = -\frac{3}{2}$$

und so

$$2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + y = 0 \quad \text{d.h.} \quad y = 3$$

Damit

$$x = -\frac{3}{2} \; ; \; y = 3$$

Hinreichende Bedingung

$$Z''_{xx} = 2 \qquad Z''_{xy} = 0 \qquad Z''_{x\lambda} = 2$$

$$Z''_{yy} = 0 \qquad Z''_{y\lambda} = 1$$

$$Z''_{\lambda\lambda} = 0$$

Also

$$D = \begin{vmatrix} 2 & \cancel{0} & 2 \\ 0 & \cancel{0} & 1 \\ 2 & \cancel{1} & 0 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)(2-0) = -2 < 0$$

womit ein Minimum an der Stelle

$$x = -\frac{3}{2} \; ; \; y = 3$$

Dort gilt

$$z = -\left(-\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot 3 + 3$$

$$= \frac{3}{4}$$

Aufgabe 3

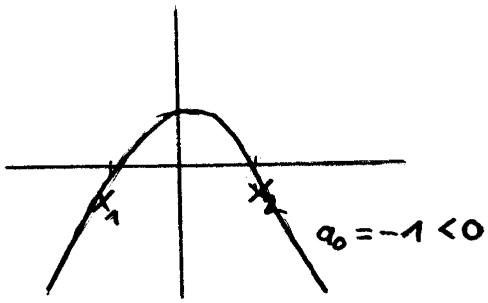
$$y = \sqrt{-x^2 + 6x - 4}$$

Für D:

$$-x^2 + 6x - 4$$

Setze

$$z = -x^2 + 6x - 4$$



Also

$$-x^2 + 6x - 4 = 0$$

womit

$$x_{1/2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{-2}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 16}}{-2} = \frac{-6 \pm \sqrt{20}}{-2}$$

$$= 3 \pm \sqrt{5}$$

Also

$$x_1 = 3 - \sqrt{5} \quad \text{und} \quad x_2 = 3 + \sqrt{5}$$

daher

$$D = [\,3 - \sqrt{5}\,;\ 3 + \sqrt{5}\,]$$

<u>Für W:</u>

$$\sqrt{-x^2 + 6x - 4} = y \quad \Big|^2$$

damit

$$-x^2 + 6x - 4 = y^2$$

d.h.

$$(-1)x^2 + 6x + (-4 - y^2) = 0$$

also

$$x_{1|2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(-1)(-4-y^2)}}{-2}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{20 - 4y^2}}{-2}$$

und so notwendig

$$20 - 4y^2 \geq 0$$

nun

$$4y^2 = 20$$

$$y^2 = 5$$

$$y = \pm\sqrt{5}$$

damit $20 - 4y^2 \geq 0$ für

$$y \in [-\sqrt{5}\,;\ \sqrt{5}\,]$$

weil Zahl unter Wurzel nie negativ sein darf, folgt

$$W = [0\,;\ \sqrt{5}\,]$$

<u>Probe:</u>

$x = 3$

dann

$y = -3 + 1844$

$= 5$

wird so

$\sqrt{y} = \sqrt{5}$

Aufgabe 4

Substitution: $g = 3 + x^4$

dann $\frac{dg}{dx} = 4x^3$; $dx = \frac{1}{4x^3} dg$

Also

$$\int 7x^3 \sqrt[5]{g} \frac{1}{4x^3} dg = \int \frac{7}{4} \sqrt[5]{g} \, dg$$

$$= \frac{7}{4} \int \sqrt[5]{g} \, dg$$

$$= \frac{7}{4} \int g^{\frac{1}{5}} dg = \frac{7}{4} \cdot \frac{g^{\frac{6}{5}}}{\frac{6}{5}} + C$$

$$= \frac{35}{24} (3 + x^4)^{\frac{6}{5}} + C$$

womit

$$\int_0^a 7x^3 \sqrt[5]{3+x^4} \, dx = \frac{35}{24} (3+a^4)^{\frac{6}{5}} - \frac{35}{24} (3+0^4)^{\frac{6}{5}}$$

$$= \frac{35}{24} \sqrt[5]{3+a^4}^{\,6} - \underbrace{\frac{35}{24} \sqrt[5]{3}^{\,6}}_{5{,}450073}$$

Aufgabe 5

Normierte Form:

$$3x_1 + 4x_2 \le 24$$
$$x_2 \le 5$$
$$3x_1 + 2x_2 \le 18$$
$$z = x_1 + x_2 \quad \max.$$

Simplexverfahren

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5			
3	4	1	0	0	24	8	
0	1	0	1	0	5		
$\boxed{3}$	2	0	0	1	18	6]	:3
-1	-1	0	0	0	0		
3	4	1	0	0	24		+
0	1	0	1	0	5		
$\boxed{1}$	2/3	0	0	1/3	6	·(-3)	+
-1	-1	0	0	0	0		+
0	$\boxed{2}$	1	0	-1	6	3]	:2
0	1	0	1	0	5	5	
1	2/3	0	0	1/3	6	9	
0	-1/3	0	0	1/3	6		

0	$\boxed{1}$	1/2	0	-1/2	3	·(-1)	·(-2/3)	·1/3
0	1	0	1	0	5	+		
1	2/3	0	0	1/3	6		+	
0	-1/3	0	0	1/3	6			+

0	1	1/2	0	-1/2	3
0	0	-1/2	1	1/2	2
1	0	1/3	0	2/3	4
0	0	1/6	0	1/6	7

Also

$x_1 = 4$

$x_2 = 3$

$z_{max} = 7$