B1

Aufgabe 1

(a)
$$\begin{vmatrix} x+3 & x+1 & x \\ x+1 & x & x+1 \\ x & x+1 & x+3 \end{vmatrix} \begin{matrix} + & \\ \cdot(-1) & \cdot(-1) \\ & + \end{matrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ x+1 & x & x+1 \\ -1 & \boxed{1} & -2 \end{vmatrix} \begin{matrix} + & \\ & + \\ \cdot(-1) & \cdot(-x) \end{matrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 2x+1 & 0 & -x+1 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 2x+1 & -x+1 \end{vmatrix}$$

$$= -1 \cdot \left((-3x+3) - (-6x-3) \right)$$

$$= -1 \cdot \left(-3x + 3 + 6x + 3 \right)$$

$$= -(3x+6) = -3(x+2)$$

(b) $-3(x+2) = 6$

$x + 2 = -2$

$x = -2 - 2 = -4$

Aufgabe 2

Normierte Form:

$$
\begin{aligned}
3x_1 + 4x_2 &\le 24 \\
x_1 - 4x_2 &\le 0 \\
-x_2 &\le -4 \\
x_1 &\ge 0 \\
x_2 &\ge 0
\end{aligned}
$$

$$z^* = -x_1 - 4x_2 \quad \text{max.}$$

Simplexverfahren

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
3	4	1	0	0	24	
1	-4	0	1	0	0	
0	$\boxed{-1}$	0	0	1	-4]	:(-1)
1	4	0	0	0	0	
3	4	1	0	0	24	+
1	-4	0	1	0	0	+
0	$\boxed{1}$	0	0	-1	4	·4 ·(-4)
1	4	0	0	0	0	+
3	0	1	0	4	8	
1	0	0	1	-4	16	
0	$\boxed{1}$	0	0	-1	4	
1	0	0	0	4	=16	

Also

$x_1 = 0$

$x_2 = 4$

$z^*_{max} = -16$

$z_{min} = 16$

Aufgabe 3

$$y' = y \cdot 2\cos x\,(-\sin x)$$

da y nicht null werden kann, folgt

aus $y' = 0$

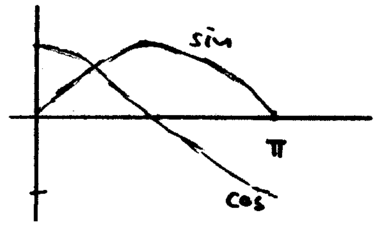
$$\cos x \sin x = 0$$

d.h.

$$\cos x = 0 \quad \text{oder} \quad \sin x = 0$$

d.h.

$$x_1 = \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad x_2 = 0 \quad \text{oder} \quad x_3 = \pi$$



$$y_1 = e^0 = 1$$

$$y_2 = e^1 = e$$

$$y_3 = e^1 = e$$

Aufgabe 4

B4

Lagrange-Funktion

$$Z(x, y, \lambda) = 3y^2 + 2x^2 - x - 5y + \lambda(3x + y - 4)$$

Es gelten

$$Z'_x = 4x - 1 + 3\lambda$$

$$Z'_y = 6y - 5 + \lambda$$

$$Z'_\lambda = 3x + y - 4$$

Also

x	y	λ			
4	0	3	1	+	
0	6	$\boxed{1}$	5	$\cdot(-3)$	
3	1	0	4		
4	-18	0	-14	+	
0	6	1	5		+
3	$\boxed{1}$	0	4	$\cdot 18$	$\cdot(-6)$
$\boxed{58}$	0	0	58	$: 58$	
-18	0	1	-19		
3	1	0	4		
$\boxed{1}$	0	0	1	$\cdot 18$	$\cdot(-3)$
-18	0	1	-19	+	+
3	1	0	4		+
1	0	0	1		
0	0	1	-1		
0	1	0	1		

Damit

$x = 1$

$y = 1$

$\lambda = -1$

und so für das Minimum

$$Z = 3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1^2 - 1 - 5 \cdot 1$$

$$= -1$$

B5

Aufgabe 5

Substitution $g = \sin x$

dann $\frac{dg}{dx} = \cos x$

$$dx = \frac{dg}{\cos x}$$

Damit

$$\int \frac{\cos x}{g^5} \frac{dg}{\cos x} = \int \frac{1}{g^5} dg$$

$$= \int g^{-5} dg$$

$$= \frac{1}{-4} g^{-4} + C$$

$$= \frac{1}{-4g^4} + C$$

$$= \frac{1}{-4 \sin^4 x} + C$$