Aufgabe 1

x_1	x_2	x_3			
1	a	0	1		
2	-2	$\boxed{1}$	0	$\cdot 2$	
-1	1	-2	-1	$+$	
1	a	0	1		
2	-2	1	0		
$\boxed{3}$	-3	0	-1	$:3$	
1	a	0	1	$+$	
2	-2	1	0		$+$
$\boxed{1}$	-1	0	$-\frac{1}{3}$	$(\cdot -1)$	$(\cdot -2)$
0	$\boxed{a+1}$	0	$1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$		$:(a+1)$
0	0	1	$\frac{2}{3}$		<u>Voraussetzung:</u>
1	-1	0	$-\frac{1}{3}$		$a \neq -1$

$$
\begin{array}{ccc|cc}
x_1 & x_2 & x_3 & & \\
\hline
0 & \boxed{1} & 0 & \frac{4}{3(a+1)} & + \\
0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & \\
1 & -1 & 0 & -\frac{1}{3} & + \\
\hline
0 & 1 & 0 & \frac{4}{3(a+1)} & \\
0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & \\
1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} + \frac{4}{3(a+1)} & \\
\hline
\end{array}
$$

$$-\frac{1}{3} + \frac{4}{3(a+1)} = \frac{-(a+1)+4}{3(a+1)} = \frac{-a+3}{3(a+1)}$$

eindeutige Lösung

<u>Sonderfall:</u> $a = -1$

$$
\begin{array}{ccc|c}
\hline
0 & 0 & 0 & 4/3 \\
0 & 0 & 1 & 2/3 \\
1 & -1 & 0 & -1/3 \\
\hline
\end{array}
$$

erste Zeile unerfüllbar, also keine Lösung

Aufgabe 2

Normierte Form:

$$
\begin{aligned}
-4x_1 - 6x_2 &\leq -24 \\
x_1 &\leq 4 \\
x_1 + x_2 &\leq 10 \\
x_1 &\geq 0 \\
x_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

$$z^* = -2x_1 - 11x_2 \quad \text{max.}$$

Simplexverfahren

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
$\boxed{-4}$	-6	1	0	0	-24	$:(-4)$
1	0	0	1	0	4	
1	1	0	0	1	10	
2	11	0	0	0	0	
$\boxed{1}$	$3/2$	$-1/4$	0	0	6	$\cdot(-1)$ $\cdot(-2)$
1	0	0	1	0	4	$+$
1	1	0	0	1	10	$+$
2	11	0	0	0	0	$+$
1	$3/2$	$-1/4$	0	0	6	
0	$\boxed{-3/2}$	$1/4$	1	0	-2	$:(-\frac{3}{2})$
0	$-1/2$	$1/4$	0	1	4	
0	8	$1/2$	0	0	-12	

1	3/2	-1/4	0	0	6	+
0	$\boxed{1}$	-1/6	-2/3	0	4/3	$\cdot(-\frac{3}{2})$ $\cdot\frac{1}{2}$ $\cdot(8)$
0	-1/2	1/4	0	1	4	+
0	8	1/2	0	0	-12	+
1	0	0	1	0	4	
0	1	-1/6	-2/3	0	4/3	
0	0	1/6	-2/6	1	14/3	
0	0	11/6	16/3	0	-68/3	

Also

$x_1 = 4$

$x_2 = 4/3$

$Z^*_{max} = -68/3$

$Z_{min} = 68/3 = 22 + \frac{2}{3}$

Wir bilden zunächst die 1. und 2. Ableitung der gegebenen Funktion:

$$y' = \frac{5}{x} - \frac{3}{x^2} - 1$$

$$y'' = \frac{-5}{x^2} + \frac{6}{x^3}$$

Notwendige Bedingung: $y' = 0$, d.h.

$$\frac{5}{\cancel{x}} - \frac{3}{x^2} - 1 = 0 \quad \Big| \cdot x^2$$

$$5x - 3 - x^2 = 0$$

$$-x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 12}}{-2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{-2}$$

$x_1 =$ und $x_2 = 3$

$x_1 = 0{,}6972244$ und $x_2 = -4{,}302776$

Dazu die y-Werte:

$$y_1 = 1{,}802311$$

$$y_2 = 3{,}690750$$

Hinreichende Bedingung

$$y''\big|_{x=x_1} = 7{,}416970 > 0$$

$$y''\big|_{x=x_2} = -0{,}1947486 < 0$$

$(x_1 ; y_1)$ ist somit ein Minimum,

$(x_2 ; y_2)$ ein Maximum.

Lagrange-Funktion

$$Z(x,y,\lambda) = 2x^2 + y^2 - x - 6y + \lambda(2x - y - 1)$$

Es gelten

$$Z'_x = 4x - 1 + 2\lambda$$

$$Z'_y = 2y - 6 - \lambda$$

$$Z'_\lambda = 2x - y - 1$$

Also

x	y	λ		
4	0	2	1	
0	2	-1	6	
$\boxed{2}$	-1	0	1	$:2$
4	0	2	1	$+$
0	2	-1	6	
$\boxed{1}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\cdot(-4)$
0	2	2	-1	
0	$\boxed{2}$	-1	6	$:2$
1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	
0	2	2	-1	$+$
0	$\boxed{1}$	$-\frac{1}{2}$	3	$\cdot(-2)$ $\cdot\frac{1}{2}$
1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$+$
0	0	$\boxed{3}$	-7	$:3$
0	1	$-\frac{1}{2}$	3	
1	0	$-\frac{1}{4}$	2	

$$
\begin{array}{ccc|c}
0 & 0 & \boxed{1} & -7/3 & \cdot\frac{1}{2} & \cdot\frac{1}{4} \\
0 & 1 & -1/2 & 3 & + & \\
1 & 0 & -1/4 & 2 & & + \\
\hline
0 & 0 & 1 & -7/3 \\
0 & 1 & 0 & 11/6 \\
1 & 0 & 0 & 17/12
\end{array}
$$

Damit

$$x = \frac{17}{12}$$

$$y = \frac{11}{6}$$

und so für das Minimum

$$Z = 2\cdot\left(\frac{17}{12}\right)^2 + \left(\frac{11}{6}\right)^2 - \frac{17}{12} - 6\cdot\frac{11}{6}$$

$$= \frac{17^2 + 2\cdot 11^2 - 6\cdot 17 - 12\cdot 6\cdot 11}{72}$$

$$= -\frac{363}{72} = -\frac{121}{24} \approx -5{,}041667$$

Substitution $g = 3 + x^8$

dann $\frac{dg}{dx} = 8x^7$

$$dx = \frac{dg}{8x^7}$$

Damit

$$\int \frac{x^7}{g} \frac{dg}{8x^7} = \int \frac{1}{8g}\, dg$$

$$= \frac{1}{8} \int \frac{1}{g}\, dg$$

$$= \frac{1}{8} \ln g + C$$

$$= \frac{1}{8} \ln(3 + x^8) + C$$