Aufgabe 1

$$A = \frac{13.800}{\frac{1}{1{,}092^6}\frac{1{,}092^6-1}{0{,}092}} = 3.094{,}66\ €$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	A
1	1.269,60	1.825,06	13.800,00	3.094,66
2	1.101,69	1.992,97	11.974,94	3.094,66
3	918,34	2.176,32	9.981,97	3.094,66
4	718,12	2.376,54	7.805,65	3.094,66
5	499,48	2.595,18	5.429,11	3.094,66
6	260,72	2.833,94	2.833,93	3.094,66

Rundungskorrektur:

6		2.833,93		3.094,65

Aufgabe 2

$n = 15$
${}^{v}E = 1{,}8 \cdot 15 \cdot r = 27 \cdot r$

Da $F(q_e) = 0$ genau wenn

$$F^*(q_e) = \frac{F(q_e)}{r} = 0$$

kann $r = 1$ gesetzt werden.

Also

$$F(q) = q \cdot \frac{q^{15} - 1}{q - 1} - 27$$

$$F'(q) = \frac{15 \cdot q^{16} - 16 \cdot q^{15} + 1}{(q-1)^2}$$

$$q_1 = \sqrt[16]{\frac{27}{15}}^{\,2} = 1{,}07624$$

Iterationstabelle:

k	q	$F(q)$	$F'(q)$
1	1,07624	1,38101	246,417
2	1,07064	0,0371366	233,651
3	1,07048		

Damit $p_e = 7{,}05$

Aufgabe 3

Aufzinsung aller Zahlung auf Ende 2010

$$E = \begin{Bmatrix} \text{Aufzinsung} \\ r \end{Bmatrix} \cdot q$$

$m = 12$
$t = 10 - 3 + 1 = 8$
$t' = 12 - 3 + 1 = 10$

$$E = r \cdot \left[8 + \frac{8 \cdot (2 \cdot 10 - 8 + 1)}{2 \cdot 12} \cdot (q - 1) \right] \cdot q$$

Mit den Zahlen:

$$E = 160 \cdot \left[8 + \frac{8 \cdot (2 \cdot 10 - 8 + 1)}{2 \cdot 12} \cdot 0{,}038 \right] \cdot 1{,}038$$

$E = 1.355{,}99$ €

Aufgabe 4

Aufzinsungsfaktor vom Anfang des t-ten Monats bis Ende Dezember:

$$f = 1 + \frac{12-t+1}{12}\cdot(q-1) = 1 + \frac{13-t}{12}\cdot(q-1)$$

Gegebene Rente äquivalent zu nachschüssiger Jahrsrente
$f\cdot r$; $f\cdot(r+a)$; $f\cdot(r+2a)$; …; $f\cdot(r+(n-1)\cdot a)$

Ausklammern:
$f\cdot r$; $f\cdot r+f\cdot a$; $f\cdot r+2\cdot f\cdot a$; …; $f\cdot r+(n-1)\cdot f\cdot a$

Also nachschüssige arithmetische Jahresrente mit
$r^* = f\cdot r$ und $a^* = f\cdot a$

Damit

$$B\cdot q^n = f\cdot r\cdot\frac{q^n-1}{q-1} + f\cdot a\cdot\left[\frac{q^n-1}{(q-1)^2}-\frac{n}{q-1}\right]$$

Auflösen nach f:

$$f = \frac{B\cdot q^n}{r\cdot\frac{q^n-1}{q-1}+a\cdot\left[\frac{q^n-1}{(q-1)^2}-\frac{n}{q-1}\right]}$$

Auflösen nach t:

$$\frac{13-t}{12} = \frac{f-1}{q-1}$$

$$13-t = 12\cdot\frac{f-1}{q-1}$$

$$t = 13-12\cdot\frac{f-1}{q-1}$$

Aufgabe 5

Kapitalbarwert-Funktion

$$F(q) = -K_0 + \frac{1}{q^2} \cdot [c_1 \cdot q + c_2] = -20 + \frac{1}{q^2} \cdot [c \cdot q - 42]$$

Ableitung

$$F'(q) = \frac{-1}{q^3} \cdot [c_1 \cdot q + 2c_2] = \frac{-1}{q^3} \cdot [c \cdot q + 2 \cdot 42] = \frac{-1}{q^3} \cdot [c \cdot q - 84]$$

Bedingung für streng fallende Monotonie: $F'(q) < 0$

$$\frac{-1}{q^3} \cdot [c \cdot q - 84] < 0$$

$$(-1) \cdot [c \cdot q - 84] < 0$$

$$-c \cdot q + 84 < 0$$

$$-c \cdot q < -84$$

$$c \cdot q > 84$$

Wegen $q > 1$ ist dies genau dann stets erfüllt, falls

$$c > 84$$