Aufgabe 1

$$A = \frac{16.300}{\frac{1}{1{,}078^6}\frac{1{,}078^6-1}{0{,}078}} = 3.504{,}58\ €$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	A
1	1.271,40	2.233,18	16.300,00	3.504,58
2	1.097,21	2.407,37	14.066,82	3.504,58
3	909,44	2.595,14	11.659,45	3.504,58
4	707,02	2.797,56	9.064,31	3.504,58
5	488,81	3.015,77	6.266,75	3.504,58
6	253,58	3.251,00	3.250,98	3.504,58

Rundungskorrektur:

6		3.250,98		3.504,56

Aufgabe 2

$n = 10$
${}^{n}\mathrm{B} = 0{,}6 \cdot 10 \cdot r = 6 \cdot r$

Da $F(q_e) = 0$ genau wenn

$$F^*(q_e) = \frac{F(q_e)}{r} = 0$$

kann $r = 1$ gesetzt werden.

Also

$$F(q) = \frac{1}{q^{10}} \cdot \frac{q^{10}-1}{q-1} - 6$$

$$F'(q) = \frac{-1}{q^{11}} \cdot \frac{q^{11}-11\cdot q+10}{(q-1)^2}$$

$$q_1 = \sqrt[11]{\frac{10}{6}}^{\,2} = 1{,}09733$$

Iterationstabelle:

k	q	$F(q)$	$F'(q)$
1	1,09733	0,215682	−26,8754
2	1,10536	0,00559383	−25,4664
3	1,10558		

Damit $p_e = 10{,}56$

Aufgabe 3

Aufzinsung aller Zahlung auf Ende 2009

$$E = \left\{ \begin{matrix} \text{Aufzinsung} \\ r \end{matrix} \right\} \cdot q$$

$m = 360$
Tage von 9.3. bis 11.9.: $t = 6 \cdot 30 + 2 + 1 = 183$
Tage von 9.3. bis 30.12.: $t' = 9 \cdot 30 + 21 + 1 = 292$

$$E = r \cdot \left[183 + \frac{183 \cdot (2 \cdot 292 - 183 - 1)}{2 \cdot 360} \cdot (q - 1) \right] \cdot q$$

Mit den Zahlen:

$$E = 8 \cdot \left[183 + \frac{183 \cdot (2 \cdot 292 - 183 - 1)}{2 \cdot 360} \cdot 0{,}027 \right] \cdot 1{,}027$$

$E = 1.526{,}08$ €

Aufgabe 4

Aufzinsungsfaktor vom t-ten Juli bis Ende Dezember:

$$f = 1 + \frac{(12-7)\cdot 30 + (30-t)}{360}\cdot(q-1) = 1 + \frac{180-t}{360}\cdot(q-1)$$

Gegebene Rente äquivalent zu nachschüssiger Jahresrente

$f{\cdot}r;\ f{\cdot}(r+a);\ f{\cdot}(r+2a);\ \ldots;\ f{\cdot}(r+(n-1){\cdot}a)$

Ausklammern:

$f{\cdot}r;\ f{\cdot}r + f{\cdot}a;\ f{\cdot}r + 2{\cdot}f{\cdot}a;\ \ldots;\ f{\cdot}r + (n-1){\cdot}f{\cdot}a$

Also nachschüssige arithmetische Jahresrente mit

$r^* = f{\cdot}r$ und $a^* = f{\cdot}a$

Damit

$$E = f{\cdot}r{\cdot}\frac{q^n-1}{q-1} + f{\cdot}a\cdot\left[\frac{q^n-1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}\right]$$

Auflösen nach f:

$$f = \frac{E}{r\cdot\frac{q^n-1}{q-1} + a\cdot\left[\frac{q^n-1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}\right]}$$

Auflösen nach t:

$$\frac{180-t}{360} = \frac{f-1}{q-1}$$

$$180 - t = 360\cdot\frac{f-1}{q-1}$$

$$t = 180 - 360\cdot\frac{f-1}{q-1}$$

Aufgabe 5

Aufzinsung zum Ende des Jahres 2009 + n − 1

$$E = r \cdot q^n$$

Hinzufügen der Zinsen durch Kontoauflösung

$$E = r \cdot q^n \cdot \left(1 + \frac{t}{m} \cdot (q-1)\right)$$

Ermittlung der voll durchlaufenen Jahre n

$$q^{n*} = \frac{E}{r} = \frac{10.539{,}49}{8.400} = 1{,}25470$$

$$n* = \frac{\ln 1{,}25470}{\ln 1{,}047} = 4{,}94016$$

Also $n = 4$, d.h. Ende 2012

Damit

$$q^n \cdot \left(1 + \frac{t}{m} \cdot (q-1)\right) = \frac{E}{r}$$

$$1 + \frac{t}{m} \cdot (q-1) = \frac{\left(\frac{E}{r}\right)}{q^n} = \frac{1{,}25470}{1{,}047^4} = 1{,}04413$$

$$t = m \cdot \frac{0{,}04413}{q-1} = 360 \cdot \frac{0{,}04413}{0{,}047} = 338{,}017 \approx 338$$

$$t = 11 \cdot 30 + 8$$

Datum: 8.12.2013