Aufgabe 1

(a) Tilgungsplan:

k	Z	T	R	$Z+T$
1	583,00	0,00	10.600,00	583,00
2	583,00	0,00	10.600,00	583,00
3	583,00	0,00	10.600,00	583,00
4	583,00	10.600,00	10.600,00	11.183,00

keine Rundungskorrektur nötig

(b)

$$A = \frac{10.600}{\frac{1}{1{,}055^4} \cdot \frac{1{,}055^4 - 1}{0{,}055}} = 3.024{,}12 \text{ €}$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	A
1	583,00	2.441,12	10.600,00	3.024,12
2	448,74	2.575,38	8.158,88	3.024,12
3	307,09	2.717,03	5.583,50	3.024,12
4	157,66	2.866,46	2.866,47	3.024,12

Rundungskorrektur:

4		2.866,47		3.024,13

Aufgabe 2

Da $F(q_e) = 0$ genau wenn

$$F^*(q_e) = \frac{F(q_e)}{K_0} \cdot 100 = 0$$

kann $K_0 = 100$ gesetzt werden.

$c_1 = 30$, $c_2 = 25$, $c_3 = 25$, $c_4 = 20$, $c_5 = 15$

$V = 30 + 25 + 25 + 20 + 15 = 115$

Also

$$F(q) = -100 + \frac{1}{q^5} \cdot [30 \cdot q^4 + 25 \cdot q^3 + 25 \cdot q^2 + 20 \cdot q + 15]$$

$$F'(q) = \frac{-1}{q^6} \cdot [30 \cdot q^4 + 50 \cdot q^3 + 75 \cdot q^2 + 80 \cdot q + 75]$$

$$q_1 = \sqrt[5]{\frac{115}{100}} = 1{,}02835$$

Iterationstabelle:

k	q	$F(q)$	$F'(q)$
1	1,02835	6,72970	−274,394
2	1,05288	0,332121	−247,814
3	1,05422		

Damit $p_e = 5{,}42$

Aufgabe 3

Auf- bzw. Abzinsung aller Zahlungen auf Ende 2019:

$$\begin{Bmatrix} \text{Endwert} \\ r \end{Bmatrix} \cdot q^4 = \begin{Bmatrix} \text{Barwert} \\ s \end{Bmatrix}$$

$$r \cdot \frac{q^9 - 1}{q - 1} \cdot q^4 = s \cdot \frac{1}{q^{11}} \cdot (12 + \frac{13}{2} \cdot (q - 1)) \cdot \frac{q^{11} - 1}{q - 1}$$

Also

$$s = \frac{r \cdot (q^9 - 1) \cdot q^4 \cdot q^{11}}{(12 + \frac{13}{2} \cdot (q - 1)) \cdot (q^{11} - 1)}$$

Mit den Zahlen:

$$s = \frac{1.400 \cdot (1{,}042^9 - 1) \cdot 1{,}042^4 \cdot 1{,}042^{11}}{(12 + \frac{13}{2} \cdot 0{,}042) \cdot (1{,}042^{11} - 1)}$$

$s = 165{,}56$ €

Aufgabe 4

Aufzinsung aller Zahlungen zum Ende des ($2\cdot n$)-ten Jahres:

$$B \cdot q^{2n} = \left\{\begin{matrix}\text{Endwert}\\ 1.\,\text{Teil}\end{matrix}\right\} \cdot q^n + \left\{\begin{matrix}\text{Endwert}\\ 2.\,\text{Teil}\end{matrix}\right\}$$

Also

$$\begin{aligned} B \cdot q^{2n} &= \left(r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} + a \cdot q \cdot \left[\frac{q^n - 1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}\right]\right) \cdot q^n \\ &\quad + r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} + (-a) \cdot q \cdot \left[\frac{q^n - 1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}\right] \end{aligned}$$

Auflösen nach a:

$$B \cdot q^{2n} = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} \cdot \left(q^n + 1\right) + a \cdot q \cdot \left[\frac{q^n - 1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}\right] \cdot \left(q^n - 1\right)$$

$$B \cdot q^{2n} - r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} \cdot \left(q^n + 1\right) = a \cdot q \cdot \left[\frac{q^n - 1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}\right] \cdot \left(q^n - 1\right)$$

$$a = \frac{B \cdot q^{2n} - r \cdot q \cdot \dfrac{q^n - 1}{q-1} \cdot \left(q^n + 1\right)}{q \cdot \left[\dfrac{q^n - 1}{(q-1)^2} - \dfrac{n}{q-1}\right] \cdot \left(q^n - 1\right)}$$

Aufgabe 5

Tangente $y = g(q) = a \cdot q + b$ bestimmt durch

$g(q_1) = F(q_1)$ und $g'(q_1) = F'(q_1)$

Also

$g'(q_1) = a = F'(q_1)$

$g(q_1) = a \cdot q_1 + b = F'(q_1) \cdot q_1 + b = F(q_1)$

womit

$b = F(q_1) - F'(q_1) \cdot q_1$

Aus $g(q_2) = 0$ folgt

$F'(q_1) \cdot q_2 + F(q_1) - F'(q_1) \cdot q_1 = 0$

$F'(q_1) \cdot q_2 = -F(q_1) + F'(q_1) \cdot q_1$

Daher

$$q_2 = \frac{-F(q_1) + F'(q_1) \cdot q_1}{F'(q_1)} = \frac{-F(q_1)}{F'(q_1)} + q_1 = q_1 - \frac{F(q_1)}{F'(q_1)}$$