Aufgabe 1

$$A = \frac{8.300}{\frac{1}{1{,}22^6}\,\frac{1{,}22^6 - 1}{0{,}22}} = 2.620{,}84\ €$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	A
1	1.826,00	794,84	8.300,00	2.620,84
2	1.651,14	969,70	7.505,16	2.620,84
3	1.437,80	1.183,04	6.535,46	2.620,84
4	1.177,53	1.443,31	5.352,42	2.620,84
5	860,00	1.760,84	3.909,11	2.620,84
6	472,62	2.148,22	2.148,27	2.620,84

Rundungskorrektur:

6	472,62	2.148,27	2.148,27	2.620,89

Aufgabe 2

Also

$F(q) = q \cdot \ln(q + 1) - 1{,}34$

$F'(q) = 1 \cdot \ln(q + 1) + q \cdot \dfrac{1}{q+1} = \ln(q + 1) + \dfrac{q}{q+1}$

Iterationstabelle:

k	q	$F(q)$	$F'(q)$
1	1,65	0,268023	1,59720
2	1,48219	0,00752005	1,50627
3	1,47720		

Damit $q = 1{,}47720$

Aufgabe 3

Aufzinsung aller Zahlungen zum Ende des *m*-ten Jahres:

$$\left\{\begin{matrix}\text{Endwert der}\\ \text{ersten Teilrente}\end{matrix}\right\} \cdot q^{2n} + \left\{\begin{matrix}\text{Endwert der}\\ \text{zweiten Teilrente}\end{matrix}\right\} = G \cdot q^{2n}$$

$$r_1 \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} \cdot q^{2n} + r_2 \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} = G \cdot q^{2n}$$

$$G = q \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} \cdot (r_1 + r_2 \cdot \frac{1}{q^{2n}})$$

Mit den Zahlen:

$$G = 1{,}037 \cdot \frac{1{,}037^{11} - 1}{0{,}037} \cdot (800 + 500 \cdot \frac{1}{1{,}037^{22}})$$

$$G = 14.111{,}59$$

Aufgabe 4

$m = 12$
$t = s - 2 + \ 1 = s - 1$
$t' = 11$
$i = q - 1$

Damit

$$E = \frac{r \cdot \left[t + \frac{t \cdot (2t' - t - 1)}{2m} \cdot (q-1) \right]}{1 + \frac{t' - t}{m} \cdot (q-1)}$$

$$E = \frac{r \cdot \left[s - 1 + \frac{(s-1) \cdot (22 - s + 1 - 1)}{24} \cdot i \right]}{1 + \frac{11 - s + 1}{12} \cdot i}$$

$$E = \frac{r \cdot [24s - 24 + (s-1) \cdot (22 - s) \cdot i]}{24 + (24 - 2s) \cdot i}$$

$$24E + 24Ei - 2Ei \cdot s = 24r \cdot s - 24r + 23ir \cdot s \ - ir \cdot s^2 - 22ir$$

Setze
$a = ir$
$b = -2Ei - 24r - 23ir$
$c = 24E + 24Ei + 24r + 22ir$

$$a \cdot s^2 + b \cdot s + c = 0$$

$$s_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Wähle s mit $2 < s \leq 12$

Aufgabe 5

Aufzinsungsfaktor von Jahresmitte zu Jahresende:

$$q^* = (1+\frac{1}{2}(q-1)) = 1 + \frac{1}{2}q - \frac{1}{2} = \frac{q+1}{2}$$

Aufzinsung aller Zahlungen zum Ende des *n*-ten Jahres:

$$E = (r+\frac{a}{Q})\cdot q^*\cdot q^{n-1} + (r+\frac{a}{Q^2})\cdot q^*\cdot q^{n-2} + \ldots + (r+\frac{a}{Q^n})\cdot q^*\cdot q^0$$

$$\frac{E}{q^*} = (r+\frac{a}{Q})\cdot q^{n-1} + (r+\frac{a}{Q^2})\cdot q^{n-2} + \ldots + (r+\frac{a}{Q^n})\cdot q^0$$

$$\frac{E}{q^*} = r\cdot(q^{n-1} + q^{n-2} + \ldots + q^0)$$

$$+ \frac{a}{Q}\cdot(\frac{1}{Q^0}q^{n-1} + \frac{1}{Q^1}\cdot q^{n-2} + \ldots + \frac{1}{Q^{n-1}}\cdot q^0)$$

Setze $\tilde{r} = \frac{a}{Q}$ und $\tilde{Q} = \frac{1}{Q}$

$$\frac{E}{q^*} = r\cdot\frac{q^n-1}{q-1} + \tilde{r}\cdot(\tilde{Q}^0\cdot q^{n-1} + \tilde{Q}^1\cdot q^{n-2} + \ldots + \tilde{Q}^{n-1}\cdot q^0)$$

Mit Endwertformel einer nachschüssigen geometrischen Jahresrente $(\tilde{r}, \tilde{Q})$:

$$\frac{E}{q^*} = r\cdot\frac{q^n-1}{q-1} + \tilde{r}\cdot\frac{\tilde{Q}^n - q^n}{\tilde{Q}-q}$$

Also

$$E = \frac{q+1}{2}\cdot(r\cdot\frac{q^n-1}{q-1} + \frac{a}{Q}\cdot\frac{\frac{1}{Q^n}-q^n}{\frac{1}{Q}-q})$$