

## Aufgabe 1

(a)

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	Z+T
1	1.506,20	0	44.300	1.506,20
2	1.506,20	0	44.300	1.506,20
3	1.506,20	0	44.300	1.506,20
4	1.506,20	44.300	44.300	45.806,20

Rundungskorrektur nicht nötig

$$(b) \quad A = \frac{44.300}{\frac{1}{1,034^4} - 1} = 12.032,11 \text{ €}$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	A
1	1.506,20	10.525,91	44.300,00	12.032,11
2	1.148,32	10.883,79	33.774,09	12.032,11
3	778,27	11.253,84	22.890,30	12.032,11
4	395,64	11.636,47	11.636,46	12.032,11

Rundungskorrektur:

4		11.636,46		12.032,10
---	--	-----------	--	-----------

## Aufgabe 2

$$K_0 = 500$$

$$c_1 = 400$$

$$c_2 = 400 - 100 = 300$$

$$c_3 = 300 - 100 = 200$$

$$c_4 = 200 - 100 = 100$$

$$c_5 = 100 - 100 = 0$$

$$V = 400 + 300 + 200 + 100 + 0 = 1.000$$

Also

$$F(q) = -500 + \frac{1}{q^5} \cdot [400 \cdot q^4 + 300 \cdot q^3 + 200 \cdot q^2 + 100 \cdot q]$$

$$F'(q) = \frac{-1}{q^6} \cdot [400 \cdot q^4 + 2 \cdot 300 \cdot q^3 + 3 \cdot 200 \cdot q^2 + 4 \cdot 100 \cdot q + 5 \cdot 0]$$

$$= \frac{-1}{q^6} \cdot [400 \cdot q^4 + 600 \cdot q^3 + 600 \cdot q^2 + 400 \cdot q]$$

$$q_1 = \sqrt[5]{\frac{1.000}{500}} = 1,14870$$

Iterationstabelle:

$k$	$q$	$F(q)$	$F'(q)$
1	1,14870	264,961	-1.243,60
2	1,36176	63,7965	-713,207
3	1,45121		

Damit  $p_e = 45,12$

### Aufgabe 3

Endwert einer nachschüssigen Monatsrente

$${}^nE = r \cdot \left( m + \frac{m-1}{2} \cdot (q-1) \right) \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}$$

Auflösung nach  $r$

$$r = \frac{{}^nE}{\left( m + \frac{m-1}{2} \cdot (q-1) \right) \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}}$$

Wegen  $B = {}^nB = \frac{{}^nE}{q^n}$

$$r = \frac{B \cdot q^n}{\left( m + \frac{m-1}{2} \cdot (q-1) \right) \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}}$$

Mit den Zahlen und  $m = 12$

$$r = \frac{3.800 \cdot 1,026^{15}}{\left( 12 + \frac{11}{2} \cdot 0,026 \right) \cdot \frac{1,026^{15} - 1}{0,026}} = 25,46$$

Also 25,46 €

#### Aufgabe 4

$$q = \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

Aufzinsung zum Ende des  $n$ -ten Jahres

$$E = \{\text{Endwert 1. Teilrente}\} \cdot q^{n_2+n_3} + \{\text{Endwert 2. Teilrente}\} \cdot q^{n_3} \\ + \{\text{Endwert 3. Teilrente}\}$$

Mit dem Endwert jeder Teilrente (vorschüssig in den Quartalen)

$$E = r_1 \cdot \left(4 + \frac{5}{2} \cdot (q-1)\right) \cdot \frac{q^{n_1} - 1}{q-1} \cdot q^{n_2+n_3} \\ + r_2 \cdot \left(4 + \frac{5}{2} \cdot (q-1)\right) \cdot \frac{q^{n_2} - 1}{q-1} \cdot q^{n_3} \\ + r_3 \cdot \left(4 + \frac{5}{2} \cdot (q-1)\right) \cdot \frac{q^{n_3} - 1}{q-1}$$

$$E = \left(4 + \frac{5}{2} \cdot (q-1)\right) \\ \cdot \left(r_1 \cdot \frac{q^{n_1} - 1}{q-1} \cdot q^{n_2+n_3} + r_2 \cdot \frac{q^{n_2} - 1}{q-1} \cdot q^{n_3} + r_3 \cdot \frac{q^{n_3} - 1}{q-1}\right)$$

## Aufgabe 5

Aufzinsung vom  $t$ -ten Tag zum Monatsende  
(U-ZE-Approximation)

$$r^* = r \cdot \left(1 + \frac{30-t}{360} \cdot (q-1)\right)$$

Aufzinsung der Rente zum Ende des  $n$ -ten Jahres

$$\begin{aligned} & \{\text{Endwert 1. Jahr}\} \cdot q^{n-1} + \{\text{Endwert 2. bis } n\text{-tes Jahr}\} \\ &= \{\text{Barwert}\} \cdot \left(1 + \frac{10}{12}(q-1)\right) \cdot q^{n-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= r^* \cdot \left[10 + \frac{10 \cdot 9}{24} \cdot (q-1)\right] \cdot q^{n-1} \\ &+ r^* \cdot \left(12 + \frac{11}{2} \cdot (q-1)\right) \cdot \frac{q^{n-1} - 1}{q-1} = B \cdot \left(1 + \frac{10}{12}(q-1)\right) \cdot q^{n-1} \end{aligned}$$

Also

$$\begin{aligned} E &= r^* \cdot \left[10 + \frac{10 \cdot 9}{24} \cdot (q-1)\right] \cdot q^{n-1} \\ &+ r^* \cdot \left(12 + \frac{11}{2} \cdot (q-1)\right) \cdot \frac{q^{n-1} - 1}{q-1} \\ &= r^* \cdot \left(\left[10 + \frac{10 \cdot 9}{24} \cdot (q-1)\right] \cdot q^{n-1} + \left(12 + \frac{11}{2} \cdot (q-1)\right) \cdot \frac{q^{n-1} - 1}{q-1}\right) \end{aligned}$$

Damit

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{\left(1 + \frac{10}{12}(q-1)\right) \cdot q^{n-1}} \cdot r \cdot \left(1 + \frac{30-t}{360} \cdot (q-1)\right) \\ &\cdot \left(\left[10 + \frac{10 \cdot 9}{24} \cdot (q-1)\right] \cdot q^{n-1} + \left(12 + \frac{11}{2} \cdot (q-1)\right) \cdot \frac{q^{n-1} - 1}{q-1}\right) \end{aligned}$$