

## Aufgabe 1

$$(a) \quad T = \frac{45.600}{4} = 11.400 \text{ €}$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	Z+T
1	1.003,20	11.400	45.600	12.403,20
2	752,40	11.400	34.200	12.152,40
3	501,60	11.400	22.800	11.901,60
4	250,80	11.400	11.400	11.650,80

Rundungskorrektur nicht nötig

$$(b) \quad A = \frac{45.600}{\frac{1}{1,022^4} - 1}} = 12.033,82 \text{ €}$$

$$\frac{1}{1,022^4} = 0,922$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	A
1	1.003,20	11.030,62	45.600,00	12.033,82
2	760,53	11.273,29	34.569,38	12.033,82
3	512,51	11.521,31	23.296,09	12.033,82
4	259,05	11.774,77	11.774,78	12.033,82

Rundungskorrektur:

4		11.774,78		12.033,83
---	--	-----------	--	-----------

## Aufgabe 2

$$K_0 = 600$$

$$c_1 = 300$$

$$c_2 = 300 \cdot 0,8 = 240$$

$$c_3 = 240 \cdot 0,8 = 192$$

$$c_4 = 192 \cdot 0,8 = 153,6$$

$$V = 300 + 240 + 192 + 153,6 = 885,6$$

Also

$$F(q) = -600 + \frac{1}{q^4} \cdot [300 \cdot q^3 + 240 \cdot q^2 + 192 \cdot q + 153,6]$$

$$\begin{aligned} F'(q) &= \frac{-1}{q^5} \cdot [300 \cdot q^3 + 2 \cdot 240 \cdot q^2 + 3 \cdot 192 \cdot q + 4 \cdot 153,6] \\ &= \frac{-1}{q^5} \cdot [300 \cdot q^3 + 480 \cdot q^2 + 576 \cdot q + 614,4] \end{aligned}$$

$$q_1 = \sqrt[4]{\frac{885,6}{600}} = 1,10223$$

Iterationstabelle:

$k$	$q$	$F(q)$	$F'(q)$
1	1,10223	117,164	-1.373,27
2	1,18755	14,6725	-1.049,07
3	1,20154		

Damit  $p_e = 20,15$

### Aufgabe 3

Endwert einer vorschüssigen Jahresrente

$${}^vE = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Auflösung nach  $q^n$

$${}^vE \cdot (q - 1) = r \cdot q \cdot (q^n - 1)$$

$$q^n - 1 = \frac{{}^vE \cdot (q - 1)}{r \cdot q}$$

$$q^n = \frac{{}^vE \cdot (q - 1)}{r \cdot q} + 1$$

Auflösung nach  $n$  mit  $\ln q^n = n \cdot \ln q$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{{}^vE \cdot (q - 1)}{r \cdot q} + 1\right)}{\ln q}$$

Mit den Zahlen

$$n = \frac{\ln\left(\frac{4.224,92 \cdot 0,033}{170 \cdot 1,033} + 1\right)}{\ln 1,033} = 18$$

Also 18 Jahre

#### Aufgabe 4

$$q_k = \left(1 + \frac{p_k}{100}\right) \quad \text{für } k = 1, 2, 3$$

Aufzinsung zum Ende des  $n$ -ten Jahres

$$E = \{\text{Endwert 1. Teilrente}\} \cdot q_2^{n_2} \cdot q_3^{n_3} \\ + \{\text{Endwert 2. Teilrente}\} \cdot q_3^{n_3} + \{\text{Endwert 3. Teilrente}\}$$

Mit dem Endwert jeder Teilrente (nachsüssig in den Quartalen)

$$E = r \cdot \left(4 + \frac{3}{2} \cdot (q_1 - 1)\right) \cdot \frac{q_1^{n_1} - 1}{q_1 - 1} \cdot q_2^{n_2} \cdot q_3^{n_3} \\ + r \cdot \left(4 + \frac{3}{2} \cdot (q_2 - 1)\right) \cdot \frac{q_2^{n_2} - 1}{q_2 - 1} \cdot q_3^{n_3} \\ + r \cdot \left(4 + \frac{3}{2} \cdot (q_3 - 1)\right) \cdot \frac{q_3^{n_3} - 1}{q_3 - 1}$$

## Aufgabe 5

Aufzinsung vom  $t$ -ten Tag zum Monatsende  
(U-ZE-Approximation)

$$r^* = r \cdot \left(1 + \frac{30-t}{360} \cdot (q-1)\right)$$

Aufzinsung der Rente zum Ende des  $n$ -ten Jahres

$$\{\text{Endwert 1. bis } (n-1)\text{-tes Jahr}\} \cdot q + \{\text{Aufzinsung Ende } n\text{-tes Jahr}\} \\ = \{\text{Barwert}\} \cdot q^n$$

$$r^* \cdot \left(12 + \frac{11}{2} \cdot (q-1)\right) \cdot \frac{q^{n-1} - 1}{q-1} \cdot q \\ + r^* \cdot \left[7 + \frac{7 \cdot (24-7-1)}{24} \cdot (q-1)\right] = B \cdot q^n$$

Also

$$B = \frac{1}{q^n} \cdot \left(r^* \cdot \left(12 + \frac{11}{2} \cdot (q-1)\right) \cdot \frac{q^{n-1} - 1}{q-1} \cdot q\right. \\ \left. + r^* \cdot \left[7 + \frac{7 \cdot (24-7-1)}{24} \cdot (q-1)\right]\right) \\ = \frac{1}{q^n} \cdot r^* \cdot \left(\left(12 + \frac{11}{2} \cdot (q-1)\right) \cdot \frac{q^{n-1} - 1}{q-1} \cdot q + 7 + \frac{7 \cdot (24-7-1)}{24} \cdot (q-1)\right)$$

Damit

$$B = \frac{1}{q^n} \cdot r \cdot \left(1 + \frac{30-t}{360} \cdot (q-1)\right) \cdot \\ \left(\left(12 + \frac{11}{2} \cdot (q-1)\right) \cdot \frac{q^{n-1} - 1}{q-1} \cdot q + 7 + \frac{7 \cdot (24-7-1)}{24} \cdot (q-1)\right)$$