Aufgabe 1

$$A = \frac{71.200}{\frac{1}{1{,}069^5}\,\frac{1{,}069^5 - 1}{0{,}069}} = 17.318{,}55\ €$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	A
1	4.912,80	12.405,75	71.200,00	17.318,55
2	4.056,80	13.261,75	58.794,25	17.318,55
3	3.141,74	14.176,81	45.532,50	17.318,55
4	2.163,54	15.155,01	31.355,69	17.318,55
5	1.117,85	16.200,70	16.200,68	17.318,55

Rundungskorrektur:

k	Z	T	R	A
5		16.200,68		17.318,53

Aufgabe 2

$r = 300$
$n = 16$
${}^{n}B = 2.000$

Also

$$F(q) = \frac{300}{q^{16}} \cdot \frac{q^{16}-1}{q-1} - 2.000$$

$$F'(q) = \frac{-300}{q^{17}} \cdot \frac{q^{17}-17\cdot q+16}{(q-1)^2}$$

$$q_1 = \sqrt[17]{\frac{16\cdot 300}{2.000}}^{2} = 1{,}10849$$

Iterationstabelle:

k	q	$F(q)$	$F'(q)$
1	1,10849	233,10	–12.902,5
2	1,12656	18,2446	–10.945,2
3	1,12823	0,101207	–10.783,9
4	1,12824		

Damit $p = 12{,}82$

Aufgabe 3

Verallgemeinerte Zinsformel

$E = r \cdot (1 + \frac{t}{m} \cdot (q - 1)) \cdot q^n$

Auflösung nach *n*

$$q^n = \frac{E}{r \cdot (1 + \frac{t}{m} \cdot (q-1))}$$

Wegen $\ln q^n = n \cdot \ln q$

$$n = \frac{\ln \frac{E}{r \cdot (1 + \frac{t}{m} \cdot (q-1))}}{\ln q}$$

Mit den Zahlen sowie $t = (12 - 8) \cdot 30 + (30 - 3) = 147$

$$n = \frac{\ln \frac{1.200,96}{820 \cdot (1 + \frac{147}{360} \cdot 0,034)}}{\ln 1,034} = 11,0001 \approx 11$$

Also 11 Jahre

Aufgabe 4

$m = 12$
$s = 12 - t + 1$

Endwert einer vorschüssigen Monatsrente

$$E = r \cdot [s + \frac{s \cdot (s+1)}{2m} \cdot (q-1)]$$

Auflösung nach s mit $i = q - 1$

$$2m \cdot \frac{E}{r} = 2m \cdot s + s \cdot (s+1) \cdot i$$

$$= 2m \cdot s + i \cdot s^2 + i \cdot s$$

$$= i \cdot s^2 + (2m + i) \cdot s$$

Also

$$-i \cdot s^2 - (2m + i) \cdot s + 2m \cdot \frac{E}{r} = 0$$

Auflösung einer quadratischen Gleichung

$$s_{1,2} = \frac{(2m+i) \pm \sqrt{(2m+i)^2 - 4 \cdot (-i) \cdot 2m \frac{E}{r}}}{2 \cdot (-i)}$$

$$= \frac{2m+i \pm \sqrt{(2m+i)^2 + 4 \cdot i \cdot 2m \frac{E}{r}}}{-2 \cdot i}$$

Wähle $s = s_1$ oder $s = s_2$ so dass $1 \leq s \leq m$

Damit
$t = 12 - s + 1$

Aufgabe 5

Endwert einer nachschüssigen arithmetischen Rente

$$^{n}E = r \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} + a \cdot [\frac{q^n - 1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}]$$

Wegen $^{n}B = \frac{^{n}E}{q^n}$ und S = ^{n}B gilt

$$S \cdot q^n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} + a \cdot [\frac{q^n - 1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}]$$

Auflösung nach *a*

$$a \cdot [\frac{q^n - 1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}] = S \cdot q^n - r \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}$$

$$a = \frac{S \cdot q^n - r \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}}{\frac{q^n - 1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}}$$

Mit den Zahlen

$$a = \frac{47.000 \cdot 1{,}052^8 - 4.000 \cdot \frac{1{,}052^8 - 1}{0{,}052}}{\frac{1{,}052^8 - 1}{0{,}052^2} - \frac{8}{0{,}052}} = \frac{32.034{,}9}{31{,}1094} = 1.029{,}75$$