Aufgabe 1

$$A = \frac{26.500}{\frac{1}{1{,}087^5}\,\frac{1{,}087^5 - 1}{0{,}087}} = 6.760{,}00\ €$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	A
1	2.305,50	4.454,50	26.500,00	6.760,00
2	1.917,96	4.842,04	22.045,50	6.760,00
3	1.496,70	5.263,30	17.203,46	6.760,00
4	1.038,79	5.721,21	11.940,16	6.760,00
5	541,05	6.218,95	6.218,95	6.760,00

Rundungskorrektur unnötig

Aufgabe 2

$r = 800$
$n = 21$
${}^{v}E = 50.000$

Also

$$F(q) = 800 \cdot q \cdot \frac{q^{21} - 1}{q - 1} - 50.000$$

$$F'(q) = 800 \cdot \frac{21 \cdot q^{22} - 22 \cdot q^{21} + 1}{(q-1)^2}$$

$$q_1 = \sqrt[22]{\frac{50.000}{21 \cdot 800}}^{\,2} = 1{,}10423$$

Iterationstabelle:

k	q	$F(q)$	$F'(q)$
1	1,10423	9.508,74	775.861
2	1,09197	768,481	653.493
3	1,09079	3,68676	642.798
4	1,09078		

Damit $p = 9{,}08$

Aufgabe 3

Verallgemeinerte Zinsformel

$$E = r \cdot (1 + \frac{t}{m} \cdot (q - 1)) \cdot q^n$$

Auflösung nach t

$$\frac{E}{r \cdot q^n} = 1 + \frac{t}{m} \cdot (q - 1)$$

$$\frac{E}{r \cdot q^n} - 1 = \frac{t}{m} \cdot (q - 1)$$

$$t = \frac{m}{q-1} \cdot (\frac{E}{r \cdot q^n} - 1)$$

Mit den Zahlen und $n = 8 - 1 = 7$

$$t = \frac{360}{0{,}028} \cdot (\frac{1.179{,}42}{970 \cdot 1{,}028^7} - 1) = 28{,}0054 \approx 28$$

Also 28 Tage

Aufgabe 4

$m = 12$

Kontostand am Jahresende einer nachschüssigen Monatsrente

$$E = r \cdot [t + \frac{t \cdot (2m - t - 1)}{2m} \cdot (q - 1)]$$

Auflösung nach t mit $i = q - 1$

$$2m \cdot \frac{E}{r} = 2m \cdot t + t \cdot (2m - t - 1) \cdot i$$

$$= 2m \cdot t + 2mi \cdot t - i \cdot t^2 - i \cdot t$$

$$= (2m + 2mi - i) \cdot t - i \cdot t^2$$

Also

$$i \cdot t^2 - (2m + 2mi - i) \cdot t + 2m \cdot \frac{E}{r} = 0$$

Auflösung einer quadratischen Gleichung

$$t_{1,2} = \frac{(2m + 2mi - i) \pm \sqrt{(2m + 2mi - i)^2 - 4 \cdot i \cdot 2m \frac{E}{r}}}{2 \cdot i}$$

Wähle $t = t_1$ oder $t = t_2$ so dass $1 \le t \le m$

Aufgabe 5

Kapitalbarwert-Funktion dieser Investition

$$F(q) = -K_0 + \frac{1}{q^n} \cdot [r \cdot q^{n-1} + r \cdot Q \cdot q^{n-2} + r \cdot Q^2 \cdot q^{n-3} + \ldots + r \cdot Q^{n-1}]$$

Damit für $q = Q$

$$\begin{aligned} F(Q) &= -K_0 + \frac{1}{Q^n} \cdot [r \cdot Q^{n-1} + r \cdot Q \cdot Q^{n-2} + r \cdot Q^2 \cdot Q^{n-3} + \ldots + r \cdot Q^{n-1}] \\ &= -K_0 + \frac{1}{Q^n} \cdot [r \cdot Q^{n-1} + r \cdot Q^{n-1} + r \cdot Q^{n-1} + \ldots + r \cdot Q^{n-1}] \\ &= -K_0 + \frac{1}{Q^n} \cdot n \cdot r \cdot Q^{n-1} \\ &= -K_0 + \frac{1}{Q} \cdot n \cdot r \end{aligned}$$

Also F(Q) > 0 genau falls

$$-K_0 + \frac{1}{Q} \cdot n \cdot r > 0$$

$$\frac{1}{Q} \cdot n \cdot r > K_0$$

$$n > \frac{Q \cdot K_0}{r}$$

Mit den Zahlen

$$n > \frac{1{,}3 \cdot 800}{90} = 11{,}5556$$

Also $n = 12$