Aufgabe 1

$$A = \frac{52.000}{\frac{1}{1{,}12^5}\frac{1{,}12^5-1}{0{,}12}} = 14.425{,}31\ €$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	A
1	6.240,00	8.185,31	52.000,00	14.425,31
2	5.257,76	9.167,55	43.814,69	14.425,31
3	4.157,66	10.267,65	34.647,14	14.425,31
4	2.925,54	11.499,77	24.379,49	14.425,31
5	1.545,57	12.879,74	12.879,72	14.425,31

Rundungskorrektur:

k	Z	T	R	A
5		12.879,72		14.425,29

Aufgabe 2

$S = 23.000$
$K = 25.500$
$C = \dfrac{25.500}{23.000} \cdot 100 = 110{,}870 > 100$
$n = 6$
$p = 4{,}5$

also (gesamtfällige Schuld)

$$F(x) = \frac{0{,}045}{x^6} \cdot \frac{x^6 - 1}{x-1} + \frac{1}{x^6} - 1{,}10870$$

$$F'(x) = \frac{-0{,}045}{x^7} \cdot \left[\frac{x^7 - 7x + 6}{(x-1)^2} + \frac{6}{0{,}045} \right]$$

$$x = \sqrt[6]{\frac{6 \cdot 4{,}5 + 100}{110{,}870}} = 1{,}02290$$

Iterationstabelle:

k	x	$F(x)$	$F'(x)$
1	1,02290	0,0138891	–5,95856
2	1,02523	0,000111924	–5,86765
3	1,02525		

damit $p_e = 2{,}53$

Aufgabe 3

Auf- bzw. Abzinsung aller Zahlungen zum Ende des Jahres 2006

$$G \cdot q^{12} + (r \cdot q \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1}) \cdot q^2 = \frac{a}{q^n} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Setze

$$E = G \cdot q^{12} + (r \cdot q \cdot \frac{q^6 - 1}{q - 1}) \cdot q^2$$

Auflösung von $E = \frac{a}{q^n} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ nach q^n

$$E \cdot q^n \cdot (q - 1) = a \cdot q^n - a$$

$$q^n \cdot (E \cdot (q - 1) - a) = -a$$

$$q^n = \frac{-a}{E \cdot (q - 1) - a}$$

Auflösung nach n

$$n = \frac{\ln \frac{-a}{E \cdot (q-1) - a}}{\ln q}$$

Lösung mit Zahlen

$$E = 1.114{,}21 \cdot 1{,}025^{12} + (50 \cdot 1{,}025 \cdot \frac{1{,}025^6 - 1}{0{,}025}) \cdot 1{,}025^2 = 1.842{,}43$$

$$n = \frac{\ln \frac{-100}{1.842{,}43 \cdot 0{,}025 - 100}}{\ln 1{,}025} = 24{,}9999 \approx 25$$

Aufgabe 4

$s = (12 - 5)\cdot 30 + (30 - 8) = 232$
$t = (12 - 11)\cdot 30 + (30 - 19) = 41$
$m = 360$

Aufzinsung aller Zahlungen zum Ende des 2. Jahres

$$r\cdot(1 + \frac{s}{m}\cdot(q - 1))\cdot q + r\cdot(1 + \frac{t}{m}\cdot(q - 1)) = E$$

Aufstellen der Lösungsgleichung

$$r\cdot q + r\cdot\frac{s}{m}\cdot(q - 1)\cdot q + r + r\cdot\frac{t}{m}\cdot(q - 1) - E = 0$$

$$(r\cdot\frac{s}{m})\cdot q^2 + (r + r\cdot\frac{t-s}{m})\cdot q + (r - r\cdot\frac{t}{m} - E) = 0$$

Auflösung der quadratischen Gleichung

$$q_{1,2} = \frac{-(r + r\frac{t-s}{m}) \pm \sqrt{(r + r\frac{t-s}{m})^2 - 4r\frac{s}{m}(r - r\frac{t}{m} - E)}}{2r\frac{s}{m}}$$

Auswahl von q mit $q > 1$

$p = 100 \cdot (q - 1)$

Aufgabe 5

$t = (12 - 7)\cdot 30 + (30 - 6) = 174$

$q = 1 + \dfrac{p}{100}$

Verallgemeinerte Zinseszinsformel

$E = r \cdot (1 + \dfrac{t}{m}\cdot(q - 1)) \cdot q^{n-1}$

Lösungsansatz

$E = r\, q^{n-1} + r\, \dfrac{t}{m}\, q\, q^{n-1} - r\, \dfrac{t}{m}\, q^{n-1}$

$E = r\, q^{n-1} + r\, \dfrac{t}{m}\, q^{n} - r\, \dfrac{t}{m}\, q^{n-1}$

wegen $q^{n-1} < q^{n}$

$E > r\, q^{n-1} + r\, \dfrac{t}{m}\, q^{n-1} - r\, \dfrac{t}{m}\, q^{n-1}$

$E > r\, q^{n-1}$

$q^{n-1} < \dfrac{E}{r}$

$q < \sqrt[n-1]{\dfrac{E}{r}}$

$1 + \dfrac{p}{100} < \sqrt[n-1]{\dfrac{E}{r}}$