Aufgabe 1

(a)
Tilgungsplan:

k	Z	T	R	Z+T
1	8.680	0	62.000	8.680
2	8.680	0	62.000	8.680
3	8.680	0	62.000	8.680
4	8.680	0	62.000	8.680
5	8.680	62.000	62.000	70.680

Rundungskorrektur nicht nötig

(b) $$A = \frac{62.000}{\frac{1}{1{,}14^5}\frac{1{,}14^5 - 1}{0{,}14}} = 18.059{,}58 \text{ €}$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	A
1	8.680,00	9.379,58	62.000,00	18.059,58
2	7.366,86	10.692,72	52.620,42	18.059,58
3	5.869,88	12.189,70	41.927,70	18.059,58
4	4.163,32	13.896,26	29.738,00	18.059,58
5	2.217,84	15.841,74	15.841,74	18.059,58

Rundungskorrektur nicht nötig

Aufgabe 2

$r = 4.300$
$n = 11$
${}^{v}B = 40.000$

also

$$F(q) = \frac{4.300}{q^{10}} \frac{q^{11}-1}{q-1} - 40.000$$

$$F'(q) = \frac{-4.300}{q^{11}} \frac{q^{11}-11q+10}{(q-1)^2}$$

$$q_1 = \sqrt[11]{\frac{10 \cdot 4.300}{40.000-4.300}}^{\,2} = 1{,}03441$$

Iterationstabelle:

k	q	$F(q)$	$F'(q)$
1	1,03441	167,987	–181.052
2	1,03534	0,196332	–179.789
3	1,03534		

damit $p = 3{,}53$

Aufgabe 3

Aufzinsung aller Zahlungen zum Ende des *n*-ten Jahres

Endwert des *k*-ten Jahres

$$E_k = (r + (k-1)a) \cdot (12 + \frac{13}{2}(q-1))$$
$$= r\,(12 + \frac{13}{2}(q-1)) + (k-1)\cdot a(12 + \frac{13}{2}(q-1))$$

damit insgesamt nachschüssige arithmetische Rente mit

$$r^* = r\,(12 + \frac{13}{2}(q-1)) \quad \text{und} \quad a^* = a(12 + \frac{13}{2}(q-1)$$

also

$$E = r(12 + \frac{13}{2}(q-1)) \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}$$
$$+ a(12 + \frac{13}{2}(q-1)) \cdot [\frac{q^n - 1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}]$$

Mit Zahlen:

$$E = 500\cdot(12 + \frac{13}{2}0{,}08) \cdot \frac{1{,}08^{15} - 1}{0{,}08}$$
$$+ 100\cdot(12 + \frac{13}{2}0{,}08) \cdot [\frac{1{,}08^{15} - 1}{0{,}08^2} - \frac{15}{0{,}08}]$$
$$= 169.972{,}23 + 190.180{,}58 = 360.152{,}81\ €$$

Aufgabe 4

Aufzinsung der Zahlung zum Ende des zweiten Jahres

$$E = r \cdot \left(1 + \frac{237}{360} \cdot (q - 1)\right) \cdot q$$

$$\frac{E}{r} = q + \frac{237}{360} \cdot (q - 1) \cdot q = q + \frac{237}{360} q^2 - \frac{237}{360} q$$

$$\frac{237}{360} q^2 + \frac{123}{360} q - \frac{E}{r} = 0$$

$$237 q^2 + 123 q - 360 \frac{E}{r} = 0$$

$$q_{1,2} = \frac{-123 \pm \sqrt{123^2 + 4 \cdot 237 \cdot 360 \frac{E}{r}}}{2 \cdot 237}$$

$$= -\frac{123}{474} \pm \frac{\sqrt{123^2 + 4 \cdot 237 \cdot 360 \frac{E}{r}}}{2 \cdot 237}$$

Da für das Ergebnis $q > 1$ gelten muss, also

$$q = -\frac{123}{474} + \frac{\sqrt{123^2 + 4 \cdot 237 \cdot 360 \frac{E}{r}}}{2 \cdot 237}$$

$$p = (q - 1) \cdot 100$$

Aufgabe 5

Aus Angabe:
$A = 2 \cdot T_1$
$n = 8$

Für jede Annuitätenschuld:

$$A = \frac{S}{\frac{1}{q^n}\frac{q^n - 1}{q - 1}}$$

$$T_1 = \frac{S}{\frac{q^n - 1}{q - 1}}$$

also

$$\frac{S}{\frac{1}{q^8}\frac{q^8 - 1}{q - 1}} = 2 \cdot \frac{S}{\frac{q^8 - 1}{q - 1}}$$

$$\frac{1}{(\frac{1}{q^8})} = 2$$

$q^8 = 2$
$q = \sqrt[8]{2} = 1{,}09051$
$p = 9{,}05$