

Aufgabe 1 (a)

$$T = \frac{65.000}{5} = 13.000 \text{ €}$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	Z+T
1	1.950	13.000	65.000	14.950
2	1.560	13.000	52.000	14.560
3	1.170	13.000	39.000	14.170
4	780	13.000	26.000	13.780
5	390	13.000	13.000	13.390

(b)

$$A = \frac{65.000}{\frac{1}{1,03^5} - 1} = 14.193,05 \text{ €}$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	Z+T
1	1.950,00	12.243,05	65.000,00	14.193,05
2	1.582,71	12.610,34	52.756,95	14.193,05
3	1.204,40	12.988,65	40.146,61	14.193,05
4	814,74	13.378,31	27.157,96	14.193,05
5	413,39	13.779,66 ⁶⁵	13.779,65	14.193,05 ⁰⁴

Aufgabe 2

Es gilt

$$F(q) = 2.200 \frac{q^{13} - 1}{q - 1} - 60.000$$

$$F'(q) = 2.200 \frac{12q^{13} - 13q^{12} + 1}{(q-1)^2}$$

$$q_1 = \sqrt[13]{\frac{60.000 - 2.200}{12 \cdot 2.200}}^2 = 1,12813$$

Damit

q	$F(q)$	$F'(q)$
1,12813	5.137,70	440101
1,11646	214,97	404057
1,11593		

Also $q \approx 1,116$ und somit $p \approx 11,6$

Aufgabe 3

Aufzinsung zum Ende des 13. Jahres

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{aufgezinstes} \\ B \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Endwert} \\ \text{der} \\ \text{Rente} \\ h=7 \end{array} \right\} \cdot q^2 + q$$

$$B \cdot q^{13} = r \left(m + \frac{m+1}{2} (q-1) \right) \frac{q^7-1}{q-1} q^2 + q$$

\uparrow
 $m=12$, da Monatsrente

$$B \cdot q^{13} = r \left(12 + \frac{13}{2} (q-1) \right) \frac{q^7-1}{q-1} q^2 + q$$

$$B = \frac{r \left(12 + \frac{13}{2} (q-1) \right) \frac{q^7-1}{q-1} q^2 + q}{q^{13}}$$

Mit den Zahlen

$$B = \frac{200 \left(12 + \frac{13}{2} 0,03 \right) \frac{1,03^7-1}{0,03} 1,03^2 + 800}{1,03^{13}}$$

$$= 14.045,91 \text{ €}$$

Aufgabe 4

Rentenhöhe im k -ten Jahr ($k=1, 2, \dots, n$)

$$r_k = r + (k-1) a$$

Endwert aller Zahlungen im k -ten Jahr

$${}^n E_k = r_k \left(12 + \frac{11}{2} (q-1) \right)$$

$$= (r + (k-1) a) \left(12 + \frac{11}{2} (q-1) \right)$$

$$= \underbrace{r \cdot \left(12 + \frac{11}{2} (q-1) \right)}_{r^*} + (k-1) a \underbrace{\left(12 + \frac{11}{2} (q-1) \right)}_{a^*}$$

$$= r^* + (k-1) a^*$$

Endwert eines nachschüssigen arithmetischen
Zinseswerts mit einer Laufzeit von n Jahren

$$E = {}^n E = r^* \frac{q^n - 1}{q - 1} + a^* \left[\frac{q^n - 1}{(q - 1)^2} - \frac{n}{q - 1} \right]$$

Aufgabe 5

Aufzinsung zum Ende des 1. Jahres

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{aufgezinst} \\ 1.500 \text{ €} \\ (2.2.) \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{aufgezinst} \\ 1.500 \text{ €} \\ (5.6.) \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{aufgezinst} \\ 1.500 \text{ €} \\ (12.3.) \end{array} \right\} - 2.000 \text{ €}$$

↓ ↓ ↓

$$\begin{array}{ccc} 28+10 \cdot 30 & 25+6 \cdot 30 & 18+3 \cdot 30 \\ = 328 & = 205 & = 108 \end{array}$$

d.h. nach der einfachen Zinsformel

$$\begin{aligned} & 1.500 \left(1 + \frac{328}{360} \cdot 0,045 \right) + 1.500 \left(1 + \frac{205}{360} \cdot 0,045 \right) \\ & + 1.500 \cdot \left(1 + \frac{108}{360} \cdot 0,045 \right) - 2.000 \\ = & 1561,50 + 1538,44 + 1520,25 - 2.000 \\ = & 2.620,19 \text{ €} \end{aligned}$$

Kontostand am Ende des 2. Jahres

$$\begin{aligned} & 2.620,19 \cdot 1,045 + 2.620,19 \\ = & 5.358,29 \text{ €} \end{aligned}$$

Tabelle:

<u>Jahr</u>	<u>Ende Juni</u>	<u>Ende Dezember</u>
0	—	0,00
1	3.000,00	2.620,19
2	5.620,19	5.358,29
3	8.358,29	—