

Aufgabe 1

$$A = \frac{12.000}{\frac{1 - 1,08^6}{0,08}} = 2.595,78 \text{ €}$$

Tilgungsplan:

k	Z	T	R	A
1	960,00	1.635,78	12.000,00	2.595,78
2	829,14	1.766,64	10.364,22	2.595,78
3	687,81	1.907,97	8.597,58	2.595,78
4	535,17	2.060,61	6.689,61	2.595,78
5	370,32	2.225,46	4.629,00	2.595,78
6	192,28	2.403,50	2.403,54	2.595,78

Rundungskorrektur:

6	192,28	2.403,54	2.403,54	2.595,82
---	--------	----------	----------	----------

Aufgabe 2

$$K_0 = 120$$

$$n = 4$$

$$c_1 = 30$$

$$c_2 = 30 \cdot 1,25 = 37,5$$

$$c_3 = 37,5 \cdot 1,25 = 46,875$$

$$c_4 = 46,875 \cdot 1,25 = 58,59375$$

also

$$F(q) = -120 + \frac{1}{q^4} [30 \cdot q^3 + 37,5 \cdot q^2 + 46,875 \cdot q + 58,59375]$$

$$F'(q) = \frac{-1}{q^5} [30 \cdot q^3 + 75 \cdot q^2 + 140,625 \cdot q + 234,375]$$

$$q_1 = \sqrt[4]{\frac{172,96875}{120}} = 1,09571$$

Iterationstabelle:

k	q	$F(q)$	$F'(q)$
1	1,09571	14,8983	-327,963
2	1,14114	1,18525	-277,559
3	1,14541		

damit $p_e = 14,54$

Aufgabe 3

Aufzinsung aller Zahlungen zum Ende des n -ten Jahres

E_1 : Endwert der ersten n_1 Jahren

E_2 : Endwert der weiteren n_2 Jahren

damit

$$E_1 \cdot q_2^{n_2} + E_2 = B \cdot q_1^{n_1} \cdot q_2^{n_2}$$

also

$$\begin{aligned} r \cdot \left(12 + \frac{13}{2}(q_1 - 1)\right) \frac{q_1^{n_1} - 1}{q_1 - 1} q_2^{n_2} + r \cdot \left(12 + \frac{13}{2}(q_2 - 1)\right) \frac{q_2^{n_2} - 1}{q_2 - 1} \\ = B \cdot q_1^{n_1} \cdot q_2^{n_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r \cdot \left(12 + \frac{13}{2}(q_1 - 1)\right) \frac{q_1^{n_1} - 1}{q_1 - 1} q_2^{n_2} + \left(12 + \frac{13}{2}(q_2 - 1)\right) \frac{q_2^{n_2} - 1}{q_2 - 1} \\ = B \cdot q_1^{n_1} \cdot q_2^{n_2} \end{aligned}$$

$$r = \frac{B \cdot q_1^{n_1} \cdot q_2^{n_2}}{\left(12 + \frac{13}{2}(q_1 - 1)\right) \frac{q_1^{n_1} - 1}{q_1 - 1} q_2^{n_2} + \left(12 + \frac{13}{2}(q_2 - 1)\right) \frac{q_2^{n_2} - 1}{q_2 - 1}}$$

Mit Zahlen:

$$\begin{aligned} r &= \frac{18.000 \cdot 1,06^{12} \cdot 1,09^8}{\left(12 + \frac{13}{2} \cdot 0,06\right) \frac{1,06^{12} - 1}{0,06} 1,09^8 + \left(12 + \frac{13}{2} \cdot 0,09\right) \frac{1,09^8 - 1}{0,09}} \\ &= \frac{72.169,7}{555,276} = 129,97 \text{ €} \end{aligned}$$

Aufgabe 4

Aufzinsung aller Zahlungen zum Ende des n -ten Jahres

E^* : Endwert der nachschüssigen Jahresrente r^*

r^* : Betrag r aufgezinst zum Jahresende

damit

$$r^* \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = B \cdot q^n$$

$$r \cdot \left(1 + \frac{10}{12}(q - 1)\right) \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = B \cdot q^n$$

also

$$B = \frac{r \cdot \left(1 + \frac{10}{12}(q - 1)\right) \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}}{q^n}$$

Aufgabe 5

Nach Angabe:

$$Z_2 = 3 \cdot Z_4$$

Für jede Ratenschuld:

$$Z_2 = R_2 \cdot (q - 1)$$

$$Z_4 = R_4 \cdot (q - 1)$$

$$R_2 = S - T$$

$$R_4 = S - 3 \cdot T$$

$$T = \frac{S}{n}$$

also

$$R_2 \cdot (q - 1) = 3 \cdot R_4 \cdot (q - 1)$$

$$\left(S - \frac{S}{n}\right) \cdot (q - 1) = 3 \cdot \left(S - 3 \cdot \frac{S}{n}\right) \cdot (q - 1)$$

damit

$$S \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdot (q - 1) = S \cdot 3 \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{1}{n}\right) \cdot (q - 1)$$

$$1 - \frac{1}{n} = 3 \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{1}{n}\right)$$

$$1 - \frac{1}{n} = 3 - 9 \cdot \frac{1}{n}$$

$$8 \cdot \frac{1}{n} = 2$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{4}$$

$$n = 4$$