

Aufgabe 1

$$A = \frac{63000}{\frac{1}{1,115^5} \frac{1,115^5 - 1}{0,115}} = 17.260,85 \text{ €}$$

Tilgungsplan:

k	Z _k	T _k	R _k	A _k
1	7.245,00	10.015,85	63.000,00	17.260,85
2	6.093,18	11.167,67	52.984,15	17.260,85
3	4.808,90	12.451,95	41.816,48	17.260,85
4	3.376,92	13.883,93	29.364,53	17.260,85
5	1.780,27	15.480, ⁶⁰ 58	15.480,60	17.260, ⁸⁷ 85

↑
Rundungs-
Korrektur ↗

Aufgabe 2

Kapitalbarwert-Funktion:

$$F(q) = -21 + \frac{1}{q^6} [5q^5 + 4q^4 + 5q^3 + 6q^2 + 8q + 7]$$

Damit

$$F'(q) = \frac{-1}{q^7} [5q^5 + \overset{8}{2 \cdot 4} \cdot q^4 + \overset{15}{3 \cdot 5} q^3 + \overset{24}{4 \cdot 6} q^2 + \underbrace{5 \cdot 8}_{40} q + \underbrace{6 \cdot 7}_{42}]$$

und

$$q_1 = \sqrt[6]{\frac{35}{21}} = 1,08887$$

Schritte des Newtonschen Verfahrens:

k	q_k	$F(q_k)$	$F'(q_k)$
1	1,08887	4,53322	-83,9063
2	1,14290	0,546264	-64,7222
3	1,15134		

Also $p_e = 15,13$

Aufgabe 3

Aufzinsung zum Ende des M. Jahres:

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{Endwert} \\ \text{der} \\ \text{Monatsrente} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \text{Endwert} \\ \text{der} \\ \text{Quartalsrente} \end{array} \right\} = E$$

d. h.

$$r \left(m + \frac{m+1}{2} (q-1) \right) \frac{q^n - 1}{q-1} + r \left(m + \frac{m-1}{2} (q-1) \right) \frac{q^n - 1}{q-1} = E$$

$m=12$ $n=11$ $r=5$ $m=4$ $n=11$

Also

$$r \left(12 + \frac{13}{2} (q-1) \right) \frac{q^{11} - 1}{q-1} + 5 \left(4 + \frac{3}{2} (q-1) \right) \frac{q^{11} - 1}{q-1} = E$$

Auflösung nach s

$$s = \frac{E - r \left(12 + \frac{13}{2} (q-1) \right) \frac{q^{11} - 1}{q-1}}{\left(4 + \frac{3}{2} (q-1) \right) \frac{q^{11} - 1}{q-1}}$$

Aufgabe 4

Aufzinsung zum Ende des 12. Jahres

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Endwert} \\ \text{aller Zahlungen} \\ \text{im 1. Jahr} \end{array} \right\} \cdot q^M + \left\{ \begin{array}{l} \text{Endwert} \\ \text{aller Zahlungen} \\ \text{vom 2. bis M.} \\ \text{Jahr} \end{array} \right\} \cdot q$$
$$+ \left\{ \begin{array}{l} \text{Aufzinsung} \\ \text{aller Zahlungen} \\ \text{im 12. Jahr} \\ \text{zum Ende des Jahres} \end{array} \right\} = E$$

d.h.

$$m=360$$



$$\left\{ r \left[t + \frac{t(t-1)}{2m} (q-1) \right] \right\} q^{11}$$

$$t = (12-2) \cdot 30 + (30-27)$$

$$= 303$$

"27.2."

$$n=10$$



$$\left\{ t \left(m + \frac{m-1}{2} (q-1) \right) \frac{q^n - 1}{q-1} \right\} \cdot q$$

$$m=360$$

$$+ t \left[t + \frac{t(2m-t-1)}{2m} (q-1) \right] = E$$

$$t = 360 - ((12-7) \cdot 30 + (30-7)) = 360 - 173$$

"7.7."

$$= 187$$

Also

$$\left\{ r \left[303 + \frac{303 \cdot 302}{2 \cdot 360} (q-1) \right] \right\} q^{11} + \left\{ r \left(360 + \frac{359}{2} (q-1) \right) \frac{q^{10}-1}{q-1} \right\} q + r \left[187 + \frac{187(2 \cdot 360 - 188)}{2 \cdot 360} (q-1) \right] = E$$

Mit Zahlen:

$$\begin{aligned} E &= 230 \cdot \left[303 + \frac{303 \cdot 302}{720} 0,055 \right] 1,055^{11} \\ &+ 230 \cdot \left(360 + \frac{359}{2} 0,055 \right) \frac{1,055^{10}-1}{0,055} 1,055 \\ &+ 230 \cdot \left[187 + \frac{187(720-188)}{720} 0,055 \right] \\ &= 128.485,06 \\ &+ 1.155.557,37 \\ &+ 44.757,88 \\ &= 1.328.800,31 \quad \text{€} \end{aligned}$$

Aufgabe 5

Es gilt

$${}^n E = r \frac{q^n - 1}{q - 1} + a \left[\frac{q^n - 1}{(q - 1)^2} - \frac{n}{q - 1} \right]$$

Annotations:
- $r = 500$ (points to r)
- $a = 20$ (points to a)
- $n = 10$ (points to n in the denominator of the second term)
- ${}^n E = 6400$ (points to ${}^n E$)

Also

$$F(q) = 500 \frac{q^{10} - 1}{q - 1} + 20 \left[\frac{q^{10} - 1}{(q - 1)^2} - \frac{10}{q - 1} \right] - 6.400$$

Damit

$$F(1,01) = -244,469 \approx -244$$

$$F(1,02) = 24,5815 \approx 25$$

$$F(1,03) = 307,859 \approx 308$$

Skizze:

