Aufgabe 1 (a) Tilgungsplan:

k	Z	T	R	Z+T
1	1.040	0	52.000	1.040
2	1.040	0	52.000	1.040
3	1.040	0	52.000	1.040
4	1.040	0	52.000	1.040
5	1.040	52.000	52.000	53.040

(b)

$$A = \frac{52.000}{\frac{1}{1{,}02^5} \; \frac{1{,}02^5 - 1}{0{,}02}} = 11.032{,}24 \text{ €}$$

k	Z	T	R	Z+T
1	1.040,00	9.992,24	52.000,00	11.032,24
2	840,16	10.192,08	42.007,76	11.032,24
3	636,31	10.395,93	31.815,68	11.032,24
4	428,40	10.603,84	21.419,75	11.032,24
5	216,32	10.815,~~92~~ 91	10.815,91	11.032,~~24~~ 23

Aufgabe 2

Es gilt

$$F(q) = \frac{3.100}{q^{16}} \frac{q^{17}-1}{q-1} - 30.000$$

$$F'(q) = \frac{-3.100}{q^{17}} \frac{q^{17}-17q+16}{(q-1)^2}$$

$$q_1 = \sqrt[17]{\frac{16 \cdot 3.100}{30.000-3.100}}^{\,2} = 1{,}07464$$

Damit

q	$F(q)$	$F'(q)$
1,07464	1505,19	−185111
1,08277	59,9507	−170664
1,08312		

Also $q \approx 1{,}083$ und somit $p \approx 8{,}3$

Aufgabe 3

Rentenhöhe im k-ten Jahr ($k = 1, 2, \ldots, n$)

$$r_k = r \cdot Q^{k-1}$$

Endwert aller Zahlungen im k-ten Jahr

$$^{r}E_k = r_k \left(12 + \frac{13}{2}(q-1)\right)$$

$$= r\, Q^{k-1} \left(12 + \frac{13}{2}(q-1)\right)$$

$$= \underbrace{r\left(12 + \frac{13}{2}(q-1)\right)}_{r^*} Q^{k-1}$$

Endwert einer nachschüssigen geometrischen Jahresrente mit einer Laufzeit von n Jahren

$$E = {}^{n}E = r^* \frac{Q^n - q^n}{Q - q}$$

$$= r\left(12 + \frac{13}{2}(q-1)\right) \frac{Q^n - q^n}{Q - q}$$

Aufgabe 4

Aufzinsung zum Ende des 1. Jahres

$$\left\{\begin{array}{c}\text{aufgezinste}\\ 2.500\ €\\ (18.9.)\end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{c}\text{aufgezinste}\\ 2.500\ €\\ (21.7.)\end{array}\right\} - 3.000\ €$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$12+9\cdot 30 \qquad 9+5\cdot 30$$

$$= 282 \qquad = 159$$

d.h. nach der einfachen Zinsformel

$$2.500\left(1+\frac{282}{360}\cdot 0{,}035\right)+2.500\left(1+\frac{159}{360}\cdot 0{,}035\right)-3.000$$

$$= 2.568{,}54 + 2.538{,}65 - 3.000$$

$$= 2.107{,}19\ €$$

Kontostand am Ende des 2. Jahres

$$2.107{,}19\cdot 1{,}035 + 2.107{,}19$$

$$= 4.288{,}13\ €$$

usw.

Tabelle:

Jahr	Ende Juni	Ende Dezember
0	—	0,00
1	2.500,00	2.107,19
2	4.607,19	4.288,13
3	6.788,13	6.545,40
4	9.045,40	—

Aufgabe 5

Aufzinsung zum Ende des 10. Jahres

$$\left\{\begin{matrix}\text{aufgezinstes}\\ B\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\text{Endwert}\\ \text{der}\\ \text{Rente}\end{matrix}\right\}_{n=6} \cdot q + a$$

$$B \cdot q^{10} = r\left(m + \frac{m-1}{2}(q-1)\right)\frac{q^6-1}{q-1} \cdot q + a$$

m=12, da Monatsrente

$$B \cdot q^{10} = r\left(12 + \frac{11}{2}(q-1)\right)\frac{q^6-1}{q-1}\, q + a$$

$$B = \frac{r\left(12 + \frac{11}{2}(q-1)\right)\frac{q^6-1}{q-1}\, q + a}{q^{10}}$$

Mit den Zahlen

$$B = \frac{100\left(12 + \frac{11}{2}\, 0{,}045\right)\frac{1{,}045^6-1}{0{,}045}\, 1{,}045 + 500}{1{,}045^{10}}$$

$$= 5.857{,}62 \text{ €}$$