

# Aufgabe 1

$$A = \frac{500.000}{\frac{1}{1,01^6} \cdot \frac{1,01^6 - 1}{0,01}} = 86.274,18 \text{ €}$$

Tilgungsplan:

<u>k</u>	<u>Z</u>	<u>T</u>	<u>R</u>	<u>A</u>
1	5.000,00	81.274,18	500.000,00	86.274,18
2	4.187,26	82.086,92	418.725,82	86.274,18
3	3.366,39	82.907,79	336.638,90	86.274,18
4	2.537,31	83.736,87	253.731,11	86.274,18
5	1.699,94	84.574,24	169.994,24	86.274,18
6	854,20	85.420,00	85.420,00	86.274,18 <sup>20</sup>

## Aufgabe 2

Aus  $Q = 1 + \frac{P}{100} = q$  folgt für den Endwert

$$\begin{aligned} (a) \quad v_E &= r \cdot q^n + (rQ)q^{n-1} + \dots + (rQ^{n-1})q \\ &= r \cdot q^n + (rq)q^{n-1} + \dots + (rq^{n-1})q \\ &= rq^n + rq^n + \dots + rq^n \\ &= n \cdot r \cdot q^n \end{aligned}$$

und für den Barwert

$$v_B = \frac{v_E}{q^n} = \frac{n \cdot r \cdot q^n}{q^n} = n \cdot r$$

$$(b) \quad v_B = 2r$$

### Aufgabe 3

Barwert dieser Rente

$$B = {}^n B = \frac{{}^n E'}{1 + \frac{t'}{m}(q-1)}$$
$$= \frac{r \left[ t + \frac{t(2t'-t-1)}{2m}(q-1) \right]}{1 + \frac{t'}{m}(q-1)}$$

Anfang der Laufzeit ist 9.2., d.h.  $t' = 22 + 10 \cdot 30 = 322$   
und  $m = 360$ .

Also mit  $i = q-1$

$$B = \frac{r [ 2mt + t(2t'-t-1)i ]}{2m + 2t'i}$$
$$= \frac{r [ 720t + t(643-t)i ]}{720 + 644i}$$

Damit

$$B [ 720 + 644i ] = r [ 720t + 643it - it^2 ]$$

$$\underbrace{720B} + \underbrace{644Bi} = \underbrace{720rt} + \underbrace{643irt} - \underbrace{irt^2}$$

$$\underbrace{ir}_{a} t^2 + \underbrace{(-720r - 643ir)}_b t + \underbrace{(720B + 644Bi)}_c = 0$$

Auflösung der quadratischen Gleichung

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Korrekte Lösung liefert  $t > 0$

## Aufgabe 4

Aufzinsung zum Ende des  $n$ -ten Jahres:

$$E = \left( r \frac{q^n - 1}{q - 1} + a \left[ \frac{q^n - 1}{(q - 1)^2} - \frac{n}{q - 1} \right] \right) + S q^{\frac{n}{2}}$$

Auflösung nach  $S$

$$S = \frac{E - r \frac{q^n - 1}{q - 1} - a \left[ \frac{q^n - 1}{(q - 1)^2} - \frac{n}{q - 1} \right]}{q^{\frac{n}{2}}}$$

Mit den Zahlen:

$$S = \frac{90.000 - 4.000 \frac{1,045^{12} - 1}{0,045} - 200 \left[ \frac{1,045^{12} - 1}{0,045^2} - \frac{12}{0,045} \right]}{1,045^6}$$

$$= 9.789,27 \text{ €}$$

## Aufgabe 5

Es gilt

$$F(q) = \frac{q^7 - 2q^6 + 3}{q-1} - 74,772$$

$$F'(q) = \frac{(q-1)(7q^6 - 12q^5) - (q^7 - 2q^6 + 3) \cdot 1}{(q-1)^2}$$

$$= \frac{(q-1)(7q^6 - 12q^5) - q^7 + 2q^6 - 3}{(q-1)^2}$$

$$q_1 = 1,02$$

Damit

<u>q</u>	<u>F(q)</u>	<u>F'(q)</u>
1,02	20,0460	- 5.009,19
1,02400	3,34253	- 3.481,45
1,02496		

$$\text{Also } q \approx 1,025$$