Aufgabe 1

$$A = \frac{330\,000}{\frac{1}{1{,}015^6} \cdot \frac{1{,}015^6 - 1}{0{,}015}} = 57.923{,}32 \text{ €}$$

Tilgungsplan:

K	Z	T	R	A
1	4.950,00	52.973,32	330.000,00	57.923,32
2	4.155,40	53.767,92	277.026,68	57.923,32
3	3.348,88	54.574,44	223.258,76	57.923,32
4	2.530,26	55.393,06	168.684,32	57.923,32
5	1.699,37	56.223,95	113.291,26	57.923,32
6	856,01	57.067,31	57.067,31	57.923,32

Aufgabe 2

Aufzinsung zum Ende des n-ten Jahres:

$$E = r \cdot q \cdot \frac{Q^n - q^n}{Q - q} + S \cdot q^{\frac{n}{2}}$$

Auflösung nach S

$$S = \frac{E - r \cdot q \cdot \frac{Q^n - q^n}{Q-q}}{q^{\frac{n}{2}}}$$

Mit den Zahlen:

$$S = \frac{50.000 - 3.000 \cdot 1{,}055 \cdot \frac{0{,}8^8 - 1{,}055^8}{0{,}8 - 1{,}055}}{1{,}055^4}$$

$$= 26.665{,}74 \text{ €}$$

Aufgabe 3

Es gilt

$$F(q) = \frac{q^8 - 3q^4 + 5}{q-1} - 51{,}24$$

$$F'(q) = \frac{(q-1)(8q^7 - 12q^3) - (q^8 - 3q^4 + 5)\cdot 1}{(q-1)^2}$$

$$= \frac{(q-1)(8q^7 - 12q^3) - q^8 + 3q^4 - 5}{(q-1)^2}$$

$q_1 = 1{,}04$

Damit

q	$F(q)$	$F'(q)$
1,04	20,2348	−1861,14
1,05087	4,36562	−1144,28
1,05469		

Also $q \approx 1{,}055$

Aufgabe 4

Endwert dieser Rente

$$E = {}^{n}E = \frac{{}^{n}E'}{1 + \frac{t'-t}{m}(q-1)}$$

$$= \frac{r\left[t + \frac{t(2t'-t-1)}{2m}(q-1)\right]}{1 + \frac{t'-t}{m}(q-1)}$$

Anfang der Laufzeit ist 253., d.h. $t' = 6 + 9 \cdot 30 = 276$ und $m = 360$.

Also mit $i = q-1$

$$E = \frac{r\left[2mt + t(2t'-t-1)i\right]}{2m + 2(t'-t)i}$$

$$= \frac{r\left[720t + t(551-t)i\right]}{720 + 2(276-t)i}$$

Damit

$$E\left[720 + 2(276-t)i\right] = r\left[720t + t(551-t)i\right]$$

$$\underbrace{720E} + \underbrace{552Ei} - \underbrace{2Eit} = \underbrace{720rt} + \underbrace{551irt} - \underbrace{irt^2}$$

$$\underbrace{ir}_{a}\, t^2 + \underbrace{(-2Ei - 720r - 551ir)}_{b}\, t + \underbrace{(720E + 552Ei)}_{c} = 0$$

Auflösung der quadratischen Gleichung

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

korrekte Lösung liefert $t > 0$

Aufgabe 5

Aus $Q = 1 + \frac{p}{100} = q$ folgt für den Endwert

$$(b) \quad {}^{v}E = r \cdot q^{n} + (rQ)q^{n-1} + \ldots + (rQ^{n-1})q$$

$$= r \cdot q^{n} + (rq)q^{n-1} + \ldots + (rq^{n-1})q$$

$$= r \cdot q^{n} + rq^{n} + \ldots + rq^{n}$$

$$= n \cdot r \cdot q^{n}$$

$$(a) \quad {}^{v}E = 3 \cdot r \cdot q^{3}$$