Aufgabe 1

$$A = \frac{72000}{\frac{1}{1{,}065^6} \cdot \frac{1{,}065^6 - 1}{0{,}065}} = 14.872{,}92 \text{ €}$$

Tilgungsplan:

	Z	T	R	A
1	4.680,00	10.192,92	72.000	14872,92
2	4.017,46	10.855,46	61.807,08	14.872,92
3	3.311,86	11.561,06	50.951,62	14.872,92
4	2.560,39	12.312,53	39.390,56	14.872,92
5	1.760,07	13.112,85	27.078,03	14.872,92
6	907,74	13.965,18	13.965,18	14.872,92

Aufgabe 2

Aufzinsung zum Ende des n-ten Jahres

$$\left\{\begin{matrix}\text{Endwert}\\ \text{Rente}\end{matrix}\right\} \cdot q_2^{n_2} = E$$

Also

$$r\left(12 + \frac{12+1}{2}(q_1-1)\right)\frac{q_1^{n_1}-1}{q_1-1}\,q_2^{n_2} = E$$

mit $q_1 = 1 + \frac{p_1}{100}$

Damit

$$q_2^{n_2} = \frac{E}{r\left(12 + \frac{13}{2}(q_1-1)\right)\frac{q_1^{n_1}-1}{q_1-1}}$$

$$q_2 = \sqrt[n_2]{\frac{E}{r\left(12 + \frac{13}{2}(q_1-1)\right)\frac{q_1^{n_1}-1}{q_1-1}}}$$

→

mit $\quad p_1 = (q_1 - 1) \cdot 100$

Mit Zahlen:

$$q_2 = \sqrt[12]{\frac{30.069{,}51}{120 \cdot \left(12 + \frac{13}{2} 0{,}05\right) \cdot \frac{1{,}05^{8}-1}{0{,}05}}}$$

$$= 1{,}06500$$

und so

$$p_2 = 6{,}50$$

Aufgabe 3

Newtonsches Näherungsverfahren

$$F(q) = r \frac{q^n - 1}{q - 1} - {}^nE$$

$$= 2400 \frac{q^{13} - 1}{q - 1} - 52000$$

$$F'(q) = r \frac{(n-1) q^n - n q^{n-1} + 1}{(q-1)^2}$$

$$= 2400 \frac{12 q^{13} - 13 q^{12} + 1}{(q-1)^2}$$

$$q_1 = \sqrt[n]{\frac{{}^nE - r}{(n-1) r}}^{\,2}$$

$$= \sqrt[13]{\frac{52000 - 2400}{12 \cdot 2400}}^{\,2}$$

$$= 1,08723$$

→

	$F(q)$	$F'(q)$
$q_1 = 1{,}08723$	$2092{,}87$	355649
$q_2 = 1{,}08135$	$44{,}6536$	340582
$q_3 = 1{,}08121$		

Also

$$p = 8{,}12$$

Aufgabe 4

Aufzinsung zum Ende des Jahres

$$E = r\left(1 + \frac{t}{m}(q-1)\right)$$

$$= r\left(1 + \frac{t}{360}\, 0{,}025\right).$$

Also

$$\left\{\begin{matrix}\text{Aufgezinste} \\ \text{Summe}\end{matrix}\right\} = 22100 \cdot \left(1 + \frac{t}{360}\, 0{,}025\right)$$

d.h.

$$1500 \cdot \left(1 + \frac{329}{360}\, 0{,}025\right)$$

$$+ 2100\left(1 + \frac{305}{360}\, 0{,}025\right)$$

$$+ 600\left(1 + \frac{288}{360}\, 0{,}025\right)$$

$$+ 2300\left(1 + \frac{269}{360}\, 0{,}025\right)$$

$$+ 3200\left(1 + \frac{232}{360}\, 0{,}025\right)$$

$$+ 7900\left(1 + \frac{137}{360}\, 0{,}025\right)$$

$$+ 4500\left(1 + \frac{49}{360}\, 0{,}025\right)$$

→

$$= 22.375{,}74 \text{ €}$$

Also

$$\frac{t}{360} \, 0{,}025 = \frac{22.375{,}74}{22.300} - 1$$

$$= 0{,}00339641$$

$$t = \frac{360}{0{,}025} \cdot 0{,}00339641$$

$$\approx 49$$

$$= 1 \cdot 30 + 19$$

$$= (12-11) \cdot 30 + (30-11)$$

d.h.

11.11.

Aufgabe 5

Aufzinsung zum Ende des n-ten Jahres

$$\left\{\begin{matrix}\text{Endwert}\\ \text{arithmetische}\\ \text{Rente}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\text{Endwert}\\ \text{geometrische}\\ \text{Rente}\end{matrix}\right\}$$

d.h.

$$r\,q\,\frac{q^n-1}{q-1} + a\,q\left[\frac{q^n-1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}\right] = r\,q\,\frac{Q^n-q^n}{Q-q}$$

$$a\,q\left[\frac{q^n-1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}\right] = r\,q\left(\frac{Q^n-q^n}{Q-q} - \frac{q^n-1}{q-1}\right)$$

Also

$$a = r\,\frac{\dfrac{Q^n-q^n}{Q-q} - \dfrac{q^n-1}{q-1}}{\dfrac{q^n-1}{(q-1)^2} - \dfrac{n}{q-1}}$$