Aufgabe 1

(a) $T = \frac{S}{n} = \frac{110000}{5} = 22000$ $q = 1{,}04$

Tilgungsplan

	Z	T	R	Z + T
1	4400	22 000	110 000	26400
2	3520	22000	88 000	25 520
3	2640	22000	66 000	24640
4	1760	22000	44000	23760
5	880	22000	22 000	22880

(b) $$A = \frac{110\,000}{\frac{1}{1{,}04^5} \cdot \frac{1{,}04^5 - 1}{1{,}04 - 1}} = 24.708{,}98$$

Tilgungsplan

	Z	T	R	$\overbrace{Z+T}^{A}$
1	4400	20.308,98	110 000	24.708,98
2	3587,64	21.121,34	89.691,02	24.708,98
3	2742,79	21.966,19	68.569,68	24.708,98
4	1864,14	22.844,84	46.603,49	24.708,98
5	950,35	23.758,~~63~~ 65	23.758,65	24.708,~~98~~ 9,00

Aufgabe 2

In der Formelsammlung wird r durch $r-a$ ersetzt, damit am Ende des ersten Jahres eine Zahlung von r € erfolgt.
Damit

$$ {}^vB = \frac{(r-a)q\frac{q^n-1}{q-1} + aq\left[\frac{q^n-1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}\right]}{q^n} $$

Also

$$ {}^vBq^n = rq\frac{q^n-1}{q-1} - aq\frac{q^n-1}{q-1} + aq\left[\frac{q^n-1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}\right] $$

$$ = rq\frac{q^n-1}{q-1} + aq\left[-\frac{q^n-1}{q-1} + \frac{q^n-1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}\right] $$

und so

$$ a = \frac{{}^vBq^n - rq\frac{q^n-1}{q-1}}{q\left[-\frac{q^n-1}{q-1} + \frac{q^n-1}{(q-1)^2} - \frac{n}{q-1}\right]} $$

Mit Zahlen

$$a = \frac{60.000 \cdot 1{,}035^{15} - 1.000 \cdot 1{,}035 \, \frac{1{,}035^{15}-1}{0{,}035}}{-1{,}035 \left[-\frac{1{,}035^{15}-1}{0{,}035} + \frac{1{,}035^{15}-1}{0{,}035^{2}} - \frac{15}{0{,}035} \right]}$$

$$= \frac{80.549{,}90}{107{,}0584}$$

$$= 752{,}39$$

Aufgabe 3
Newtonsches Näherungsverfahren

i) $F(x) = \frac{0{,}07}{x^{15}} \cdot \frac{x^{15}-1}{x-1} + \frac{1}{x^{15}} - \frac{89}{100}$

ii) $F'(x) = \frac{-0{,}07}{x^{16}} \left[\frac{x^{16} - (16) \cdot x + 15}{(x-1)^2} + \frac{15}{0{,}07} \right]$

iii) $x_1 = 1{,}07$

Damit

	$F(x)$	$F'(x)$
$x_1 = 1{,}07$	$0{,}11$	$-9{,}107914$
$x_2 = 1{,}082077$	$0{,}007925352$	$-7{,}833081$
$x_3 = 1{,}083089$		

Also

$p = 8{,}31$

Aufgabe 4

Es handelt sich um eine gleich bleibende Rente, die nachschüssig in den Monatsdritteln bezahlt wird. Also $m = 36$ und so

$$^nE = r\left(m + \frac{m-1}{2}(q-1)\right)\frac{q^n-1}{q-1}$$

$$= \underbrace{300\left(36 + \frac{35}{2}\,0{,}055\right)}_{11.088{,}75}\;\frac{1{,}055^n-1}{0{,}055}$$

Also

Jahr	Ende November	Ende Dezember
n = 1	9.900	11.088,75
= 2	20.988,75	22.787,38
= 3	32.687,38	35.129,43
= 4	45.029,43	

Aufgabe 5

Aus

$$A = T_1 \cdot q^n$$

und

$$T_1 = 0{,}146 \cdot A$$

folgt

$$q^n = \frac{A}{T_1} = \frac{1}{0{,}146}$$

und damit

$$\underbrace{\ln q^n}_{n \cdot \ln q} = \ln \frac{1}{0{,}146}$$

d.h.

$$n = \frac{\ln \frac{1}{0{,}146}}{\ln q} = \frac{\ln \frac{1}{0{,}146}}{\ln 1{,}08} = 25$$